

مروری جامع بر سنتز آرایه‌های آنتن خطی و صفحه‌ای

علی پسرکلو و محمد خلج امیرحسینی

هستند [۱] تا [۵]. در آرایه‌های آنتنی، سه پارامتر را می‌توان به عنوان پارامتر طراحی در نظر گرفت: دامنه‌ی جریان تحریک عناصر، فاز تحریک عناصر و فاصله‌ی بین عناصر. از همین رو، در مراجع برای طراحی آرایه‌های آنتنی سه راهبرد ارائه شده است: تعیین دامنه‌ی جریان‌های تحریک، تعیین فاز جریان‌های تحریک و تعیین فاصله‌ی بین عناصر [۶].

سه پارامتر مهم در سنتز پترن‌های پهلواتش^۱ وجود دارد: سمتگرایی^۲، پهنای بیم نصف توان^۳ (HPBW) و سطح گلبرگ‌های کناری^۴ (SLL). سنتز پترن‌های پهلواتش به منظور کنترل این سه پارامتر، بر پایه‌ی تعیین دامنه‌ی جریان‌های تحریک می‌باشد. روش‌های متعارف سنتز عبارتند از: روش سنتز تحریک دامنه‌ی یکنواخت، روش سنتز تحریک دامنه‌ی چبی-شف و روش سنتز تحریک دامنه‌ی تیلور. روش سنتز تحریک یکنواخت عناصر، حداکثر سمتگرایی ممکن را بدست می‌دهد ولی سطح گلبرگ کناری آرایه، در حدود -13.2 dB است که خارج از کنترل طراح می‌باشد [۱] و [۴]. در روش سنتز چبی-شف، حداقل پهنای بیم گلبرگ اصلی به ازای سطح گلبرگ کناری یکسان و مشخص یا حداقل سطح گلبرگ کناری یکسان و مشخص به ازای پهنای بیم معین بدست می‌آید [۱]، [۴] و [۷].

در سنتز پترن‌های پهلواتش، به طور عملی نیاز به حداکثر سمتگرایی به ازای سطح گلبرگ کناری مشخص یا حداکثر سمتگرایی به ازای پهنای بیم مشخص می‌باشد که جدیداً چندین مرجع به سنتز این نوع پترن‌های پهلواتش پرداخته‌اند [۸] تا [۱۰]. به علاوه، در آنتن‌های آرایه‌ای موارد بسیاری وجود دارد که در آن‌ها نیازی نیست که سطح تمام گلبرگ‌های کناری، یکسان باشد. به عنوان مثال در آنتن‌های آرایه‌ای که در رادارها استفاده می‌شود معمولاً نیاز است که گلبرگ‌های کناری نزدیک بیم اصلی، سطح پایینی داشته باشند ولی گلبرگ‌های کناری انتهایی می‌توانند سطح بالاتری داشته باشند. در این موارد، نیاز به سنتز پترن‌های پهلواتش با کنترل سطوح گلبرگ کناری دلخواه به طور جداگانه می‌باشد [۱۱] و [۱۲].

بنابراین در بخش اول، که راهبرد تعیین دامنه‌ی تحریک عناصر است روش‌های سنتز تحلیلی ارائه شده برای دستیابی به پترن‌های پهلواتش با حداکثر سمتگرایی و کنترل دو پارامتر دیگر بیان شده‌اند و با روش‌های مرسوم چبی-شف و تحریک یکنواخت مقایسه شده‌اند. همچنین روش‌های سنتز به منظور دستیابی به گلبرگ‌های کناری با سطوح دلخواه به طور جداگانه نیز بررسی شده‌اند. قابل ذکر است که در راهبرد تعیین دامنه‌ی جریان‌های تحریک، فاز تحریک تمام عناصر تشعشعی و فاصله‌ی بین عناصر، معین می‌باشد.

چکیده: آرایه آنتن از کنار هم قرار دادن یک مجموعه از عناصر تشعشعی در یک ساختار هندسی مشخص به دست می‌آید و ویژگی‌های خاصی را ایجاد می‌کند که آنتن‌های معمول، قادر به انجام آن‌ها نیستند. از جمله این ویژگی‌ها قابلیت پوشش پترن تشعشعی، پترن‌های تشعشعی با سمتگرایی بالا و پترن‌های تشعشعی با شکل‌های دلخواه می‌باشند. برای طراحی آرایه‌های آنتنی سه راهبرد کلی وجود دارد: تعیین دامنه‌ی جریان تحریک، تعیین فاز جریان‌های تحریک و تعیین فاصله‌ی بین عناصر. برای هر کدام از این راهبردها تاکنون روش‌های سنتز پترن متفاوتی ارائه شده است.

در سنتز پترن‌های پهلواتش، روش‌های سنتز متعارفی که بر اساس تنها تعیین دامنه‌ی تحریک عناصر هستند عبارتند از تحریک یکنواخت برای دستیابی به حداکثر سمتگرایی ممکن و تحریک چبی-شف و تیلور برای دستیابی به حداقل سطح گلبرگ کناری (SLL) به ازای پهنای بیم نصف توان (HPBW) مشخص. اخیراً برای دستیابی به پترن‌های پهلواتش با حداکثر سمتگرایی همراه با کنترل SLL یا HPBW، روش‌های سنتز تحلیلی جدیدی ارائه شده است که در بخش اول، که راهبرد تعیین دامنه‌ی تحریک عناصر می‌باشد به بیان آن‌ها پرداخته و با روش‌های مرسوم چبی-شف و تحریک یکنواخت مقایسه شده‌اند.

برای دستیابی به پترن‌های با شکل دلخواه و نامتقارن، روش متعارف، تعیین توأم دامنه و فاز تحریک عناصر می‌باشد. اما پیاده‌سازی این نوع تحریک، بسیار پیچیده و پرهزینه است. اخیراً در مقالات روش‌های سنتز پترن‌های نامتقارن با استفاده از تعیین تنها فاز تحریک عناصر ارائه شده است که در بخش دوم به بررسی این روش‌ها و نقاط قوت و ضعف آن‌ها پرداخته شده است.

در سال‌های اخیر روش جدیدی برای سنتز پترن‌های پهلواتش با سطح گلبرگ کناری معین ارائه شده است که در آن به جای وزن‌دهی دامنه‌ی تحریک عناصر، وزن‌دهی بر روی فاصله‌ی بین عناصر انجام شود که به این آرایه‌ها، آرایه‌های با فاصله‌گذاری غیر یکنواخت می‌گویند و از ویژگی سادگی در پیاده‌سازی برخوردار است. در بخش سوم به بررسی روش‌های سنتز این نوع آرایه‌ها پرداخته می‌شود و مقایسه‌ای بین آن‌ها و آرایه‌های با فاصله‌گذاری یکنواخت انجام شده و نقاط قوت و ضعف آن‌ها بیان می‌شود.

کلیدواژه: آرایه آنتن، سنتز پترن تشعشعی، آرایه با فاصله‌گذاری یکنواخت، آرایه با فاصله‌گذاری غیر یکنواخت.

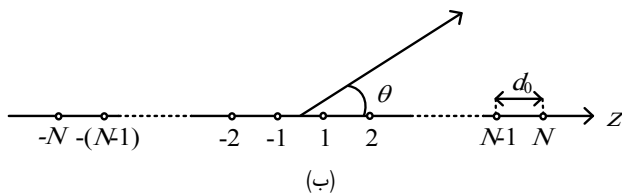
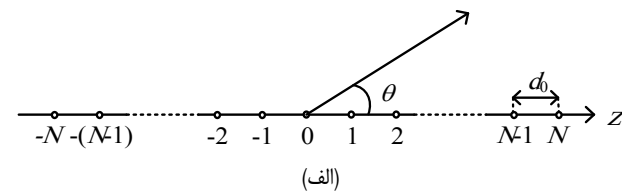
۱- مقدمه

آرایه‌های آنتنی به دلیل ویژگی‌های پترنی خاصی که ایجاد می‌کنند دارای کاربردهای وسیعی در زمینه‌های راداری، مخابرات و تصویربرداری

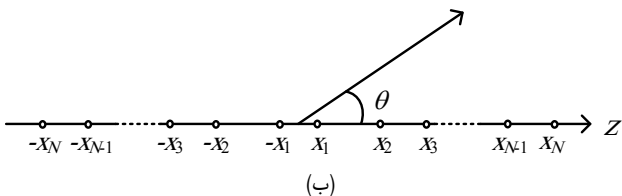
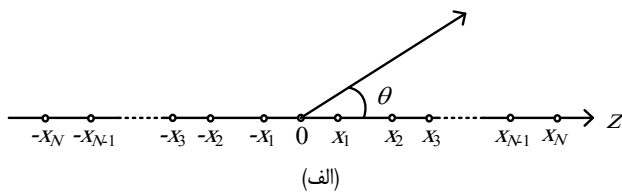
این مقاله در تاریخ ۲۶ شهریور ماه ۱۴۰۴ دریافت و در تاریخ ۳ آذر ماه ۱۴۰۴ بازنگری شد.

علی پسرکلو (نویسنده مسئول)، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل، ایران، (email: ali.pesarakloo68@gmail.com).
محمد خلج امیرحسینی، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران، (email: khalaja@iust.ac.ir).

1. Broadside
2. Directivity
3. Half-Power Beam Width
4. Side-Lobe Level



شکل ۲: ترکیب نوعی یک آرایه با فواصل یکنواخت، (الف) تعداد فرد آنتن‌ها و (ب) تعداد زوج آنتن‌ها.



شکل ۳: ترکیب نوعی یک آرایه با فواصل غیر یکنواخت، (الف) تعداد فرد آنتن‌ها و (ب) تعداد زوج آنتن‌ها.

$$F_{USAA}(u) = \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N A_n \exp(jk(n \mp \cdot / \delta) d, u) \quad (2)$$

در (۲)، علامت‌های پایین و بالا، به ترتیب مربوط به مقادیر n منفی و مثبت هستند.

در هر روابط یادشده، $k = 2\pi / \lambda$ عدد موج و A_n جریان تحریک آنتن n ام می‌باشند. همچنین $u = \cos \theta$ متغیر فاکتور آرایه است که در محدوده $u = [-1, 1]$ تغییر می‌کند.

شکل ۳ آرایه خطی غیریکنواخت که دارای فواصل غیر یکنواخت است را نشان می‌دهد. تعداد آنتن موجود در این آرایه ممکن است فرد $(L = 2N + 1)$ یا زوج $(L = 2N)$ باشد. مکان آنتن n ام بسته به آنکه تعداد آنتن‌ها فرد یا زوج باشد، به صورت زیر می‌باشد.

$$x_n = \begin{cases} (n + e_n) d, & n = -N, \dots, -1, 0, 1, \dots, N \\ ((n \mp \cdot / \delta) + e_n) d, & n = -N, \dots, -1, 1, \dots, N \end{cases} \quad (3)$$

در این رابطه نیز، علامت‌های پایین و بالا، به ترتیب مربوط به مقادیر n منفی و مثبت هستند. با دقت در این رابطه می‌توان دریافت که مکان آنتن n ام نسبت به مکان آن در آرایه یکنواخت به اندازه $e_n d$ انحراف داده شده است. در اینجا e_n انحراف n ام است و $e_n = 0$ برای تعداد فرد آنتن‌ها صفر است، یعنی $e_n = 0$.

تابع فاکتور آرایه‌های دارای فواصل غیریکنواخت، بسته به آنکه تعداد آنتن‌ها فرد یا زوج باشد، به ترتیب به صورت زیر می‌باشد.



شکل ۱: دسته‌بندی آنتن‌های آرایه‌ای.

برای دستیابی به پترن‌های با شکل دلخواه و نامتقارن، روش متعارف، تعیین دامنه-فاز تحریک عناصر می‌باشد که این کار با روش سنتز سری فوریه یا روش سنتز نمونه برداری انجام می‌شود. اما پیاده سازی این نوع تحریک عناصر، بسیار پیچیده و پرهزینه می‌باشد. بنابراین اخیراً مراجع به سمت سنتز این نوع پترن‌ها با استفاده از تنها فاز تحریک عناصر رفته‌اند تا پیچیدگی ساختار تحریک را کم کنند [۱۳] تا [۱۷]. از این رو، بخش دوم به راهبرد تعیین فاز تحریک عناصر، اختصاص یافته است. در راهبرد تعیین فاز جریان‌های تحریک، دامنه‌ی تحریک تمام عناصر تشعشی و فاصله‌ی بین عناصر، معین می‌باشد. روش‌های ارائه‌شده در این بخش، با روش‌های سنتز دامنه-فاز مقایسه‌شده‌اند و نقاط قوت و ضعف آن‌ها بیان شده است.

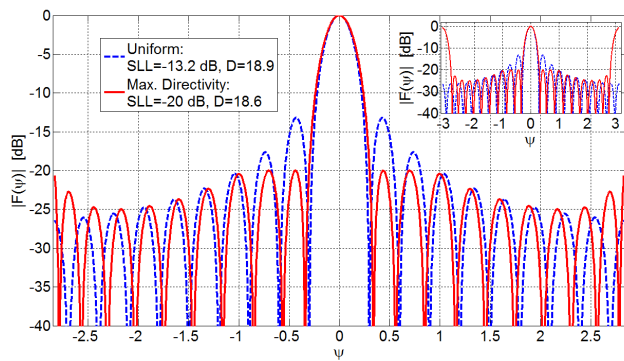
در سال‌های اخیر روش جدیدی برای سنتز پترن‌های پهلواش با سطح گلبرگ کناری معین ارائه شده است که در آن به جای وزن‌دهی دامنه‌ی تحریک عناصر، وزن دهی بر روی فاصله‌ی بین عناصر انجام شود که به این آرایه‌ها، آرایه‌های با فاصله‌گذاری غیر یکنواخت می‌گویند و دارای ویژگی سادگی پیاده‌سازی آن است. بنابراین بخش سوم به راهبرد تعیین فاصله‌ی بین عناصر اختصاص یافته است که در آن به بررسی روش‌های سنتز این نوع آرایه‌ها پرداخته می‌شود و مقایسه‌ای بین آن‌ها و آرایه‌های با فاصله‌گذاری یکنواخت از نوع چپ‌ی شیف انجام شده و نقاط قوت و ضعف آن‌ها بیان می‌شود. در راهبرد تعیین فاصله‌ی بین عناصر، دامنه و فاز جریان تحریک عناصر، مشخص می‌باشد و هدف، به دست آوردن مکان بهینه‌ی عناصر تشعشی برای دستیابی به یک پترن تشعشی مشخص است.

دسته‌بندی کلی ذکر شده در بالا را می‌توان به صورت شکل ۱ نشان داد.

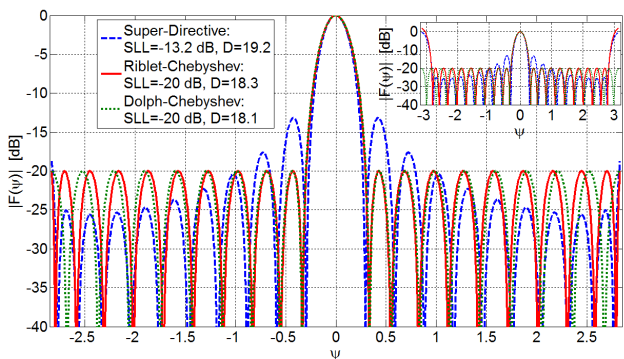
۲- مشخصات اساسی آرایه‌های آنتنی

شکل ۲ آرایه خطی یکنواخت که دارای فواصل یکنواخت به اندازه d است را نشان می‌دهد. تعداد آنتن موجود در این آرایه ممکن است فرد $(L = 2N + 1)$ یا زوج $(L = 2N)$ باشد. تابع فاکتور آرایه‌های یکنواخت، بسته به آنکه تعداد آنتن‌ها فرد یا زوج باشد، به ترتیب به صورت زیر می‌باشد.

$$F_{USAA}(u) = \sum_{n=-N}^N A_n \exp(jknd, u) \quad (1)$$



(الف)



(ب)

شکل ۴: (الف) پترن طراحی شده از روش حداکثر سمتگرایی برای $N = 21$ ، $SLL = -20$ dB و $d = 0.45\lambda$ (ب) پترن های تحریک یکنواخت، دلف-چی شیف و ریبلت-چی شیف برای همان آرایه‌ی خطی [۸].

سمتگرایی را با توجه به سطح گلبرگ‌های کناری مشخص، داشته باشند. برای طراحی چنین آرایه‌های بهینه‌ای، می‌توان از هر روش کمینه‌سازی مقید مناسب استفاده کرد. در اینجا، از الگوریتم بهینه‌سازی مقید بازتابنده منطقه اعتماد^۱ که به صورت تابع fmincon در محیط MATLAB وجود دارد، استفاده شده می‌شود.

نمونه‌ای از پترن سنتز شده با روش حداکثر سمتگرایی به ازای تعداد عناصر $N = 21$ ، فاصله‌ی بین عناصر $d = 0.45\lambda$ و $SLL = -20$ dB در شکل ۴-الف نشان داده شده است. برای مقایسه، این آرایه با روش‌های تحریک یکنواخت، دلف-چی شیف و ریبلت-چی شیف نیز سنتز شده است که نتایج آن در شکل ۴-ب نشان داده شده است.

شکل‌های ۵ و ۶ سمتگرایی و پهنای پرتو صفر تا صفر آرایه‌های سنتز شده را با آرایه‌های چبیشف بر اساس نسبت گلبرگ کناری^۲ (SLR) مقایسه می‌کنند. مشاهده می‌شود که حداکثر سمتگرایی حاصل با افزایش SLR به بیشتر از ۱۳/۲ dB کاهش می‌یابد که مربوط به آرایه‌های با تحریک یکنواخت است. همچنین، برای SLRهای بزرگتر، حداکثر سمتگرایی به ترتیب برای $d \geq 0.5\lambda$ و $d < 0.5\lambda$ به سمتگرایی دلف-چی شیف و ریبلت-چی شیف متمایل می‌شود. نتایج مشابهی برای پهنای بیم نسبت به SLR وجود دارد. همچنین، شکل ۷ سمتگرایی سه آرایه با حداکثر جهت‌گیری با آنتن‌های $N = 11, 21, 31$ را با آرایه‌های چبی شیف برای $d = 0.5\lambda$ مقایسه می‌کند.

با توجه به مباحث و نتایج فوق، می‌توان آرایه‌های بهینه را به صورت زیر تعریف کرد که خلاصه آن در جدول ۱ آمده است

$$F_{NSAA}(u) = \sum_{n=-N}^N \exp(jkx_n u) \quad (4)$$

$$F_{NSAA}(u) = \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N \exp(jkx_n u) \quad (5)$$

سمتگرایی در آنتن‌های آرایه‌ای برابر است با:

$$D = \frac{4\pi}{\int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |F(\theta, \phi)|^2 \sin \theta d\theta d\phi} |F(\theta_0, \phi_0)|^2 \quad (6)$$

۳- راهبرد تعیین تنها دامنه‌ی جریان‌های تحریک

در این نوع روش طراحی، فاز جریان‌های تحریک و فاصله‌ی بین عناصر، از قبل مشخص است و دامنه‌ی جریان‌های تحریک برای دستیابی به پترن مشخص، تعیین می‌شوند. در این راهبرد، اخیراً سه نوع هدف‌گذاری بر روی مشخصات پترن تشعشی در مراجع ارائه شده است.

۳-۱ دستیابی به حداکثر سمتگرایی به ازای سطح گلبرگ کناری مشخص

در مرجع [۸] روشی برای سنتز آرایه‌های خطی با حداکثر سمتگرایی ارائه شده است. در آنجا یک آرایه‌ی آنتنی خطی شامل N آنتن مشابه با فاصله‌ی بین آنتن‌های یکسان d روی محور Z در نظر گرفته می‌شود. جریان تحریک n امین آنتن برابر است با $I_n = A_n \exp(jn\alpha_n)$ که در آن $\alpha_n = -kd \cos \theta$ و θ زاویه‌ی حداکثر تشعشع می‌باشد. همچنین $k = 2\pi/\lambda$ است و λ طول موج فضای آزاد می‌باشد. ضریب آرایه‌ی یک آرایه‌ی آنتنی خطی به صورت (۷) است.

$$F(\psi) = \sum_{n=-N}^{N-1} A_n \exp(jn\psi) \quad (7)$$

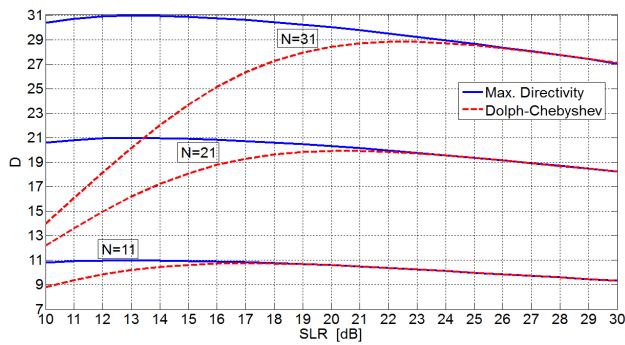
که در آن ψ یک متغیر حقیقی است که به صورت $\psi = kd \cos \theta + \alpha$ تعریف می‌شود. یک دوره تناوب از $F(\psi)$ از $-\pi$ تا $+\pi$ می‌باشد در صورتی که ناحیه‌ی قابل رویت آن از $\psi = -kd + \alpha$ تا $\psi = +kd + \alpha$ است. سمتگرایی آرایه‌های آنتنی خطی که از ناحیه‌ی قابل رویت $F(\psi)$ استنتاج می‌شود را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد [۱]، [۴] و [۹].

$$D = \frac{\left(\sum_{n=-N}^{N-1} A_n \right)^2}{\sum_{n=-N}^{N-1} \sum_{m=-N}^{N-1} A_n A_m \exp(j(n-m)\alpha) \text{sinc}\left(\frac{kd}{\pi}(n-m)\right)} \quad (8)$$

در صورتی که دامنه‌های A_n به گونه‌ای انتخاب شوند که تابع خطای زیر، حداقل شود، سمتگرایی در (۹) می‌تواند حداکثر گردد

$$\text{error} = D^{-1} \quad (9)$$

حداقل کردن فقط تابع خطا در (۹)، آرایه‌ی یکنواخت را به دست می‌دهد که دارای سطح گلبرگ کناری در حدود $-13/2$ dB می‌باشد که مستقل از فاصله‌ی بین آنتن‌ها است و از کنترل طراح خارج می‌باشد. جهت دستیابی به بزرگترین سطح گلبرگ کناری برای یک مقدار دلخواه در یک آرایه‌ی با سمتگرایی حداکثر، تابع خطا باید با توجه به آن حداقل شود. از این رو، آرایه‌های بهینه باید آرایه‌هایی تعریف شوند که حداکثر



شکل ۷: سمتگرایی آرایه‌های حداکثر سمتگرایی و آرایه‌های چبی شف بر حسب SLR برای $d = 0.5\lambda$ [۸].

جدول ۱: مقایسه بین روش‌های سنتز مختلف در راهبرد تعیین دامنه‌ی جریان تحریک.

روش سنتز	ویژگی‌های پترن سنتز شده	شرایط همگرایی به روش دیگر
حداکثر سمتگرایی [۸]	بیشترین سمتگرایی به ازای SLR مشخص	همگرا به دولف چبی شف به ازای $d \geq 0.5\lambda$ و $SLR > 24$ dB
دولف-چبی شف	حداقل پهنای پرتو به ازای SLR مشخص به ازای $d \geq 0.5\lambda$	همگرا به حداکثر سمتگرایی به ازای $d \geq 0.5\lambda$ و $SLR > 24$ dB
ریبلت-چبی شف	حداقل پهنای پرتو به ازای SLR مشخص به ازای $d < 0.5\lambda$	همگرا به حداکثر سمتگرایی به ازای $d < 0.5\lambda$ و $SLR > 22$ dB
تحریک یکنواخت	بیشترین سمتگرایی با $SLR = -13.2$ dB	همگرا به حداکثر سمتگرایی با $SLR = -13.2$ dB

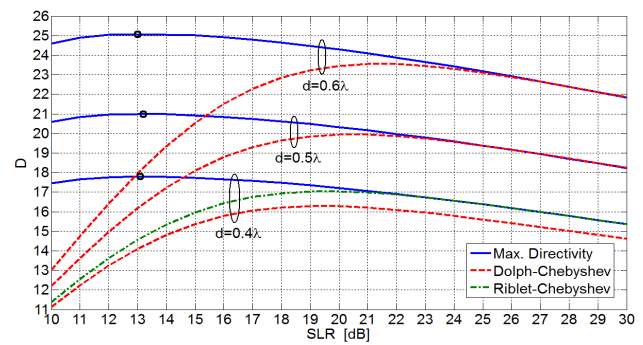
$$F(\psi) = \begin{cases} \sum_{n=-N}^N A_n \cos(n\psi) & ; L = 2N + 1 \\ \sum_{n=1}^N A_n \cos((n-0.5)\psi) & ; L = 2N \end{cases} \quad (10)$$

که در آن، $A_n = I_n$ و $A_n = 2I_n$ برای $n \neq 0$ که I_n جریان تحریک عنصرهای تشعشی n ام و $(-n)$ ام می باشد. همچنین، ψ یک متغیر حقیقی است که به صورت $\psi = kd \cos \theta + \alpha$ تعریف می‌شود که در آن $k = 2\pi/\lambda$ است و $\alpha = -kd \cos \theta$ که در آن θ زاویه‌ی حداکثر تشعشع می‌باشد. به منظور نرمالیزه کردن ضریب آرایه، یعنی $|F(0)| = 1$ ، شرط زیر فرض می‌شود:

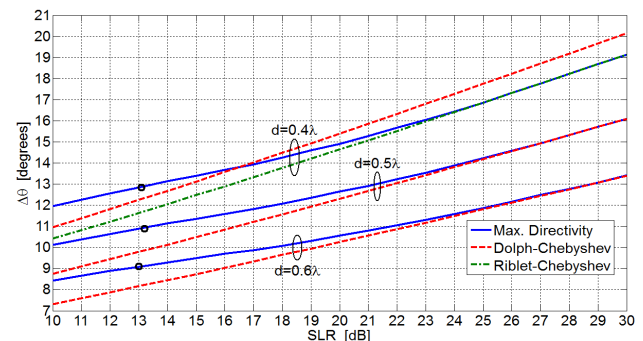
$$\begin{cases} \sum_{n=-N}^N A_n = 1 & ; L = 2N + 1 \\ \sum_{n=1}^N A_n = 1 & ; L = 2N \end{cases} \quad (11)$$

سمتگرایی آرایه‌های آنتنی خطی با تحریک متقارن با فرض $\alpha = 0$ را به صورت زیر محاسبه کرد

$$D = \frac{\left(\sum_{n=-N}^N A_n \right)^2}{\frac{1}{2} \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N A_n A_m \left[\text{sinc} \left(\frac{kd}{\pi} (n-m) \right) + \text{sinc} \left(\frac{kd}{\pi} (n+m) \right) \right]} \quad (12)$$



شکل ۸: سمتگرایی آرایه‌های حداکثر سمتگرایی و آرایه‌های چبی شف بر حسب SLR برای $N = 21$ مربوط به آرایه با تحریک یکنواخت است [۸].



شکل ۹: پهنای بیم صفر تا صفر آرایه‌های حداکثر سمتگرایی و آرایه‌های چبی شف بر حسب SLR برای $N = 21$ مربوط به آرایه با تحریک یکنواخت است [۸].

۱. آرایه‌های بهینه از این نظر که حداقل پهنای پرتو را برای یک سطح گلبیگ کناری معین دارند، آرایه‌های چبی شف هستند. دولف-چبی شف برای $d \geq 0.5\lambda$ و ریبلت-چبی شف برای $d < 0.5\lambda$.

۲. آرایه‌های با حداکثر سمتگرایی، بهینه هستند از این نظر که حداکثر سمتگرایی را برای یک سطح گلبیگ کناری معین دارند. در مقابل، آرایه‌های با حداکثر سمتگرایی، حداقل سطح گلبیگ کناری را برای یک سمتگرایی مشخص ارائه می‌دهند.

۳. آرایه‌های با حداکثر سمتگرایی، برای سطوح گلبیگ کناری کمتر از یک مقدار مشخص، به ترتیب -17 dB، -22 dB و -25 dB برای آنتن‌های $N = 11, 21, 31$ به ازای $d = 0.5\lambda$ ، به آرایه‌های چبی شف تمایل دارند.

۳-۲ دستیابی به حداکثر سمتگرایی به ازای پهنای بیم مشخص

در مرجع [۱۰] روشی برای سنتز آرایه‌های خطی با حداکثر سمتگرایی برای یک پهنای بیم ثابت ارائه شده است. در آنجا یک آرایه‌ی آنتنی خطی شامل L آنتن مشابه با فاصله‌ی بین آنتن‌های یکسان d روی محور z در نظر گرفته می‌شود. ضریب آرایه‌ی یک آرایه‌ی آنتنی خطی که دارای تحریک‌های متقارن باشد به صورت زیر است

$$D = \frac{\left(\sum_{n=0}^N A_n \right)^2}{\frac{1}{2} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N A_n A_m \left[\operatorname{sinc} \left(\frac{kd}{\pi} (n-m) \right) + \operatorname{sinc} \left(\frac{kd}{\pi} (n+m-1) \right) \right]} \quad (13)$$

۳-۳ دستیابی به گلب‌های کناری با سطوح دلخواه به طور جداگانه

کاربردهای زیادی وجود دارد که در آنها لزومی (و در برخی موارد مطلوب) به داشتن گلب‌های کناری یکنواخت و پایین نیست، همچنین به خوبی شناخته شده است که اگر به برخی از گلب‌های کناری اجازه افزایش ارتفاع داده شود، تا حدودی امکان باریک شدن پرتو (همراه با افزایش همزمان بهره) فراهم می‌شود [۱۸] و [۱۹]. در مراجع دو روش اصلی به منظور سنتز آرایه‌های با سطح گلب‌های کناری دلخواه به طور جداگانه ارائه شده است: روش غیر مستقیم و روش مستقیم. در روش غیر مستقیم، ابتدا یک منبع خطی سنتز می‌شود و سپس منبع خطی سنتز شده گسسته‌سازی می‌گردد. در این روش، برای رسیدن به پترن‌های تابشی با توپوگرافی گلب‌های کناری دلخواه [۱۸] و [۱۹]، یک تغییر جزئی در صفرهای یک پترن مجموع تیلور [۲۰] یا یک پترن تفاضل بایلیس [۲۱] ایجاد می‌شود. این روش را برای پترن مجموع توضیح می‌دهیم. یک پترن تیلور مرسوم به صورت (۱۹) قابل بیان است [۱۱]

$$F(z) = \frac{\sin \pi z}{\pi z} \frac{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} \left(1 - \frac{z^2}{z_n^2} \right)}{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} \left(1 - \frac{z^2}{n^2} \right)} \quad (19)$$

که در آن $z = (2a/\lambda) \cos \theta$ ، $2a/\lambda$ اندازه دهانه نسبت به طول موج و θ زاویه اندازه‌گیری شده نسبت به پهلواش می‌باشند. ریشه‌های z_n به صورت (۲۰) داده می‌شوند

$$z_n = \pm \sigma \sqrt{A^2 + \left(n - \frac{1}{2} \right)^2} \quad (20)$$

که در آن $\cosh \pi A$ سطح گلب‌های کناری ولتاژ است. $\bar{n}$ یک عدد صحیح انتقالی است به طوری که $\bar{n} - 1$ گلب‌های فرعی نزدیک به هم در هر طرف بیم اصلی وجود دارد که همگی اساساً ارتفاع یکسانی دارند، در حالی که گلب‌های $\bar{n}$ ام و سایر گلب‌های دورتر، ارتفاعشان به اندازه z^{-1} کاهش می‌یابد. همچنین σ به صورت (۲۱) است

هدف این است که حداکثر سمتگرایی با توجه به یک پهنای بیم ثابت $2\psi_r$ به طوری که $|F(\psi_r)| = r$ ، حاصل شود. محدودیت پهنای بیم به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{cases} \sum_{n=0}^N A_n \cos(n\psi_r) = r & ; L = 2N + 1 \\ \sum_{n=0}^N A_n \cos((n-0.5)\psi_r) = r & ; L = 2N \end{cases} \quad (14)$$

بنابراین سنتز حداکثر سمتگرایی منجر به کمینه کردن مخرج (۱۲) و (۱۳) می‌شود مشروط بر اینکه (۱۱) و (۱۴) برآورده گردند. این کار می‌تواند توسط روش ضرب‌کننده لاگرانژ انجام شود. در این روش، (۱۵) و (۱۶) باید به ترتیب برای تعداد فرد و زوج از عناصر کمینه شوند. در این معادلات، β_r و β_l دو ضرب‌کننده لاگرانژی نامعلوم هستند. مشتق (۱۵) و (۱۶) نسبت به تمام A_n ها باید برابر با صفر شوند. بنابراین، مجموعه معادلات (۱۷) و (۱۸) به ترتیب برای تعداد عناصر فرد و زوج حاصل می‌گردند.

در نهایت مجموعه معادلات در (۱۱) و (۱۴) همراه با (۱۷) و (۱۸) یک معادله‌ی ماتریسی مربعی را تشکیل می‌دهند که پاسخ آن تمام پارامترهای مجهول A_n را بدست می‌دهد.

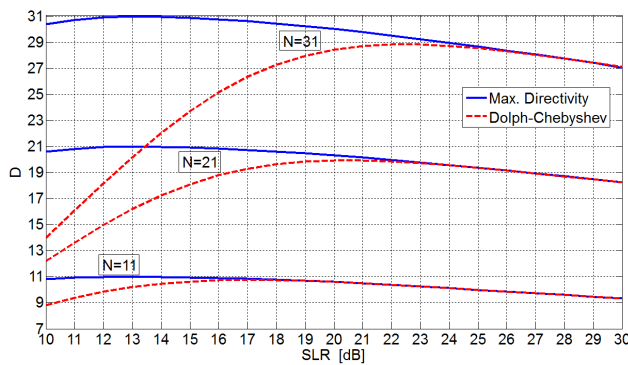
به منظور تصدیق این روش، ابتدا یک ضریب گسترش‌دهنده به صورت $s = \psi_r / \psi_{ni}$ تعریف می‌شود که در آن، $2\psi_{ni}$ پهنای بیم آرایه با تحریک یکنواخت است به طوری که $F(\psi_{ni}) = r$. یک آرایه با $L = 11$ عنصر با فاصله گذاری $d = 0.5\lambda$ به گونه‌ای طراحی می‌شود که حداکثر سمتگرایی را با توجه به تعدادی پهنای بیم نصف توان (HPBW)، یعنی $r = 0.707$ داشته باشد. در اینجا اولین نصف توان پترن‌ها نسبت به آرایه‌ی یکنواخت، یعنی $\psi_{ni} = 0.886\pi/L$ ، به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که $s = 0.9, 1, 1.1, 1.15, 1.2$ باشد. شکل ۸ پترن‌های حاصل شده را نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود هر چه s یا معادل آن پهنای بیم افزایش یابد مقدار SLL کاهش می‌یابد.

$$\frac{1}{2} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N A_n A_m \left[\operatorname{sinc} \left(\frac{kd}{\pi} (n-m) \right) + \operatorname{sinc} \left(\frac{kd}{\pi} (n+m) \right) \right] - \beta_l \left(\sum_{n=0}^N A_n - 1 \right) - \beta_r \left(\sum_{n=0}^N A_n \cos(n\psi_r) - r \right) \rightarrow \text{Min}. \quad (15)$$

$$\frac{1}{2} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N A_n A_m \left[\operatorname{sinc} \left(\frac{kd}{\pi} (n-m) \right) + \operatorname{sinc} \left(\frac{kd}{\pi} (n+m+1) \right) \right] - \beta_l \left(\sum_{n=0}^N A_n - 1 \right) - \beta_r \left(\sum_{n=0}^N A_n \cos((n-0.5)\psi_r) - r \right) \rightarrow \text{Min}. \quad (16)$$

$$\sum_{m=0}^N A_m \left[\operatorname{sinc} \left(\frac{kd}{\pi} (n-m) \right) + \operatorname{sinc} \left(\frac{kd}{\pi} (n+m) \right) \right] - \beta_l - \beta_r \cos(n\psi_r) = 0 \quad \text{for } n = 0, 1, \dots, N \quad (17)$$

$$\sum_{m=0}^N A_m \left[\operatorname{sinc} \left(\frac{kd}{\pi} (n-m) \right) + \operatorname{sinc} \left(\frac{kd}{\pi} (n+m-1) \right) \right] - \beta_l - \beta_r \cos((n-0.5)\psi_r) = 0 \quad \text{for } n = 0, 1, \dots, N \quad (18)$$



شکل ۸: ضرب آرایه‌های حداکثر سمتگرایی سنتز شده برای تعدادی از پهنای بیم‌های نصف توان برای $L=11$ عنصر با فاصله‌گذاری $d=0.5\lambda$ [۸].

$$F(z) = F(z) \left[1 + \sum_{n=1}^{\bar{n}_R-1} \frac{\left(\frac{z}{R_n}\right) \left(\frac{r_n}{R_n}\right)}{\left(1 - \frac{z}{R_n}\right)} + \sum_{n=1}^{\bar{n}_L-1} \frac{\left(\frac{z}{L_n}\right) \left(\frac{l_n}{L_n}\right)}{\left(1 - \frac{z}{L_n}\right)} \right] \quad (29)$$

اگر در نظر بگیریم $R_m < x_m < R_{m+1}$ و $L_m < y_m < L_{m+1}$ که در آن x_m و y_m مکان قله‌های گلبرگ کناری در پترن اولیه می‌باشند. در این صورت

$$F(x_m) = \xi_m, \quad F(y_m) = \eta_m, \quad (30)$$

که ξ_m سطح ولتاژ m امین گلبرگ کناری سمت راست و η_m سطح ولتاژی m امین گلبرگ کناری سمت چپ در پترن اولیه می‌باشند که سطح بیم اصلی به 1 نرمالیزه شده است.

حال اگر قرار دهیم

$$F(x_m) = \xi_m, \quad F(y_m) = \eta_m, \quad (31)$$

به این ترتیب اگر تغییرات جزئی r_n و l_n کوچک باشند در این صورت (۳۰) به طور تقریبی ارتفاع‌های m امین گلبرگ‌های کناری سمت راستی و سمت چپی در پترن مطلوب است. با جایگذاری (۳۰) و (۳۱) در (۲۹) خواهیم داشت

$$\frac{\xi_m - 1}{\xi_m} = \sum_{n=1}^{\bar{n}_R-1} \frac{\left(\frac{x_m}{R_n}\right) \left(\frac{r_n}{R_n}\right)}{\left(1 - \frac{x_m}{R_n}\right)} + \sum_{n=1}^{\bar{n}_L-1} \frac{\left(\frac{x_m}{L_n}\right) \left(\frac{l_n}{L_n}\right)}{\left(1 - \frac{x_m}{L_n}\right)} \quad (32)$$

$$\frac{\eta_m - 1}{\eta_m} = \sum_{n=1}^{\bar{n}_R-1} \frac{\left(\frac{y_m}{R_n}\right) \left(\frac{r_n}{R_n}\right)}{\left(1 - \frac{y_m}{R_n}\right)} + \sum_{n=1}^{\bar{n}_L-1} \frac{\left(\frac{y_m}{L_n}\right) \left(\frac{l_n}{L_n}\right)}{\left(1 - \frac{y_m}{L_n}\right)} \quad (33)$$

معادلات (۳۲) و (۳۳) پایه‌های روش اختلال را تشکیل می‌دهند. اگر یک پترن اولیه $F(z)$ انتخاب شود کمیت‌های R_m , L_m , ξ_m , η_m , x_m و y_m معلوم می‌باشند. همچنین با استفاده از پترن مطلوب، ξ_m و η_m مشخص می‌گردند. به این ترتیب، (۳۲) و (۳۳)، (۳۴) معادله خطی همزمان را تشکیل می‌دهند که با حل آن‌ها مقادیر تغییرات جزئی r_n و l_n محاسبه می‌شوند.

در نهایت گسسته‌سازی منبع خطی می‌تواند با نمونه‌برداری از منبع خطی یا تطبیق ریشه انجام شود [۲]. از معایب این روش غیرمستقیم این

$$\sigma = \frac{\bar{n}}{\sqrt{A^2 + \left(\bar{n} - \frac{1}{2}\right)^2}} \quad (21)$$

تعمیمی از (۱۹) که برای پترن‌های نامتقارن، مناسب است [۲۲] به صورت زیر می‌باشد

$$R_n = \sigma_R \sqrt{A_R^2 + \left(n - \frac{1}{2}\right)^2}, \quad L_n = -\sigma_L \sqrt{A_L^2 + \left(n - \frac{1}{2}\right)^2} \quad (22)$$

$$\sigma_L = \frac{\bar{n}_L}{\sqrt{A_L^2 + \left(\bar{n}_L - \frac{1}{2}\right)^2}}, \quad \sigma_R = \frac{\bar{n}_R}{\sqrt{A_R^2 + \left(\bar{n}_R - \frac{1}{2}\right)^2}}$$

$$F(z) = \frac{\sin \pi z}{\pi z} \frac{\prod_{n=1}^{\bar{n}_R-1} \left(1 - \frac{z}{R_n}\right) \prod_{n=1}^{\bar{n}_L-1} \left(1 - \frac{z}{L_n}\right)}{\prod_{n=1}^{\bar{n}_R-1} \left(1 - \frac{z}{n}\right) \prod_{n=1}^{\bar{n}_L-1} \left(1 - \frac{z}{n}\right)} \quad (23)$$

و باز $\cosh \pi A_L$, $\cosh \pi A_R$ سطوح گلبرگ کناری ولتاژ در طرف راست و چپ بیم اصلی هستند؛ $\bar{n}_L$ و $\bar{n}_R$ عدد‌های انتقالی هستند. در روش اختلال، پترن بیان شده در (۲۳) می‌تواند با جابجایی صفرها به مکان‌های جدید R_n و L_n که با روابط زیر داده می‌شوند، اصلاح شود.

$$R_n = R_n + r_n \quad (24)$$

$$L_n = L_n + l_n \quad (25)$$

که در آن r_n و l_n مقادیر تغییرات جزئی هستند. پترن جدید به صورت زیر در می‌آید

$$F(z) = \frac{\sin \pi z}{\pi z} \frac{\prod_{n=1}^{\bar{n}_R-1} \left(1 - \frac{z}{R_n}\right) \prod_{n=1}^{\bar{n}_L-1} \left(1 - \frac{z}{L_n}\right)}{\prod_{n=1}^{\bar{n}_R-1} \left(1 - \frac{z}{n}\right) \prod_{n=1}^{\bar{n}_L-1} \left(1 - \frac{z}{n}\right)} \quad (26)$$

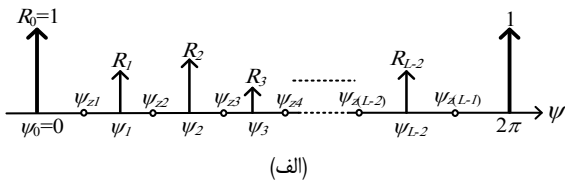
و هدف این است که آن دسته از مقادیر r_n و l_n به دست آیند که پترن اولیه $F(z)$ را به پترن مطلوب $F(z)$ همگرا می‌کنند. از آنجا که

$$1 - \frac{z}{R_n} = 1 - z \left(R_n + r_n\right)^{-1} \\ \cong 1 - z \left[\left(R_n\right)^{-1} - r_n \left(R_n\right)^{-2} \right] \\ \cong \left(1 - \frac{z}{R_n}\right) + \frac{z r_n}{\left(R_n\right)^2} \quad (27)$$

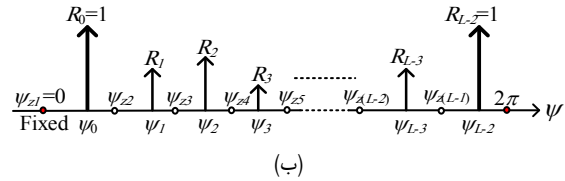
از این رو عبارت اول داریم

$$\prod_{n=1}^{\bar{n}_R-1} \left(1 - \frac{z}{R_n}\right) = \left[\prod_{n=1}^{\bar{n}_R-1} \left(1 - \frac{z}{R_n}\right) \right] \times \left[1 + \sum_{n=1}^{\bar{n}_R-1} \frac{\left(\frac{z}{R_n}\right) \left(\frac{r_n}{R_n}\right)}{\left(1 - \frac{z}{R_n}\right)} \right] \quad (28)$$

وقتی که (۲۸) و بیان معادل برای حاصلضرب سمت چپ در رابطه‌ی (۲۳) جایگذاری می‌شوند آنگاه رابطه زیر حاصل می‌شود



(الف)



(ب)

شکل ۱۰: مکان‌های نوعی صفرها و ماکزیمم‌های پترن‌های تشعشی. (الف) نوع مجموع و (ب) نوع تفاضلی.

یک صفر ثابت در $\psi_{z1} = 0$ ، $L-1$ ماکزیمم شامل $L-3$ گلبرگ کناری و دو تا گلبرگ اصلی با اختلاف فاز 180° درجه هستند. $R_k = R_{L-k} = 1$ دامنه‌ی دو گلبرگ اصلی و R_k ها $(k = 1, \dots, L-3)$ دامنه‌ی گلبرگ‌های کناری مطلوب هستند.

هر دو پترن مجموع و تفاضل دارای $L-1$ ماکزیمم هستند که می‌توانند با $L-1$ یا $L-2$ صفر به ترتیب در پترن‌های مجموع و تفاضل کنترل شوند. بنابراین می‌توان تغییر جزئی در مکان تمام صفرهای ψ_m ایجاد کرد تا به یک پترن با گلبرگ‌های کناری با سطوح دلخواه به طور جداگانه دست یافت. با استفاده از (۳۵)، می‌توان افزایش زیر را در پترن فعلی به دلیل افزایش‌های کوچک در تمام صفرهای آن پیدا کرد، یعنی ψ_m به $\psi_m^{new} = \psi_m + \delta\psi_m$ به ازای $n = 1, \dots, L-1$ تغییر می‌کند.

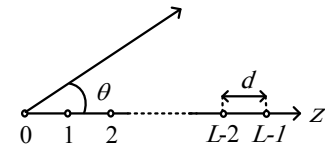
$$\begin{aligned} |F^{new}(\psi)|^2 - |F(\psi)|^2 &\cong \delta |F(\psi)|^2 \\ &= \sum_{n=1}^{L-1} \frac{\partial |F(\psi)|^2}{\partial \psi_{zn}} \delta \psi_{zn} \\ &= -|F(\psi)|^2 \sum_{n=1}^{L-1} \frac{\sin(\psi - \psi_{zn})}{1 - \cos(\psi - \psi_{zn})} \delta \psi_{zn} \\ &= -|F(\psi)|^2 \sum_{n=1}^{L-1} \cot\left(\frac{\psi - \psi_{zn}}{2}\right) \delta \psi_{zn} \end{aligned} \quad (36)$$

معادله (۳۶) می‌تواند به صورت زیر برای k امین ماکزیمم پترن‌ها در $\psi = \psi_k$ ، $k = 1, \dots, L-2$ بازآرایی شود

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{L-1} \cot\left(\frac{\psi_k - \psi_{zn}}{2}\right) \delta \psi_{zn} \\ = \left(1 - \frac{|F^{new}(\psi_k)|^2}{|F(\psi_k)|^2}\right) = \left(1 - \frac{|\bar{F}^{new}(\psi_k)|^2}{|\bar{F}(\psi_k)|^2}\right) \end{aligned} \quad (37)$$

که در آن $\bar{F}$ نشان دهنده پترن مربعی نرمال شده نسبت به حداکثر آن است که در گلبرگ اصلی آن ψ رخ می‌دهد یعنی $|\bar{F}(\psi)| = 1$. برای کوچک نگه داشتن $\delta\psi_{zn}$ ‌ها در معادلات (۳۶) و (۳۷) و در نتیجه افزایش دقت تقریب موجود در (۳۶)، بهتر است آنها را در چندین تکرار به جای یک تکرار به دست آورد. برای این منظور، می‌توان خطای نسبی را در سمت راست (۳۷) در عدد کوچکی برابر با it/IT ضرب کرد، که در آن IT تعداد کل تکرارها است و $it = 1, 2, \dots, IT$. بنابراین (۳۷) به صورت زیر اصلاح می‌شود

$$\sum_{n=1}^{L-1} \cot\left(\frac{\psi_k - \psi_{zn}}{2}\right) \delta \psi_{zn} = \left(1 - \frac{R_k}{|\bar{F}(\psi_k)|^2}\right) \frac{it}{IT} \quad (38)$$



شکل ۹: ترکیب نوعی آرایه‌های آنتنی خطی با فواصل یکنواخت با L عنصر.

است که به دلیل گسسته ازی، سطوح گلبرگ کناری دقیقی را به دست نمی‌دهد مخصوصاً برای آرایه‌های شامل تعداد عناصر کم.

در روش مستقیم، ابتدا یک پترن چپی شف با ریبیل یکسان طراحی می‌شود و سپس یک روش اختلالی به کار می‌رود تا صفرهای پترن تشعشی را تغییر دهد [۲۳]. در روشی دیگر، سطوح گلبرگ کناری با تنظیم تکراری تداخل مجازی بر پایه‌ی تئوری آرایه تطبیقی کنترل می‌شود [۲۴] تا [۲۶] همچنین، انواع روش‌های بهینه‌سازی مانند الگوریتم ژنتیک [۲۷] و [۲۸]، الگوریتم‌های محدب [۲۹]، تصویرسازی متناوب [۳۰] و سنتز الگوی عددی [۳۱] برای کنترل سطوح گلبرگ‌های کناری ارائه شده‌اند. اخیراً در مرجع [۱۲] یک روش مستقیم برای سنتز آرایه‌های آنتنی خطی و صفحه‌ای به منظور دستیابی به سطوح گلبرگ کناری دلخواه به طور جداگانه ارائه شده است. این روش بر پایه‌ی تغییر جزئی صفرهای پترن تشعشی بنا شده است و هم برای پترن‌های تشعشی مجموع و هم پترن‌های تفاضلی قابل بکارگیری می‌باشد. یک آرایه خطی با L عنصر تشعشی که فاصله‌ی بین آن‌ها یکسان و برابر با d می‌باشد مطابق شکل ۹ در نظر بگیرید. پترن تشعشی این آرایه می‌تواند به فرم چند جمله‌ای با درجه‌ی $L-1$ به صورت (۳۴) نوشته شود

$$F(\psi) = \prod_{n=1}^{L-1} (z - z_n) \quad (34)$$

$$= \prod_{n=1}^{L-1} (\exp(j\psi) - \exp(j\psi_{zn}))$$

که در آن $z = \exp(j\psi)$ متغیر مختلط چندجمله‌ای و $z_n = \exp(j\psi_{zn})$ به ازای $n = 1, \dots, L-1$ امین ریشه‌ی چندجمله‌ای می‌باشد که هر دو روی یک دایره‌ی واحد در صفحه‌ی Z مختلط، یعنی دایره واحد شلکونوف قرار می‌گیرند. همچنین ψ یک متغیر حقیقی است که به صورت $\psi = 2\pi d (\cos\theta - \cos\theta_0) / \lambda$ تعریف می‌شود که در آن θ زاویه‌ی حداکثر تشعشع است. هر ψ_{zn} حقیقی منجر به یک صفر در پترن می‌شود یعنی $F(\psi_{zn}) = 0$. دامنه‌ی مربع پترن تشعشی می‌تواند به صورت زیر محاسبه شود

$$\begin{aligned} |F(\psi)|^2 &= F(\psi) F^*(\psi) \\ &= \prod_{n=1}^{L-1} (1 - \cos(\psi - \psi_{zn})) \end{aligned} \quad (35)$$

با توجه به (۳۵) دیده می‌شود که پترن تشعشی L عنصر، متناوب نسبت به متغیر ψ با دوره تناوب 2π است. همچنین پترن تشعشی دارای $L-1$ صفر معین، ψ_{zn} ، در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ می‌باشد. به علاوه، یک ماکزیمم بین هر دو صفر مجاور وجود دارد. شکل ۱۰ مکان‌های نوعی صفرها و ماکزیمم‌های پترن‌های تشعشی را هم برای پترن مجموع و هم تفاضلی نشان می‌دهد. پترن مجموع با L عنصر دارای $L-1$ ماکزیمم شامل $L-2$ گلبرگ کناری و یک گلبرگ اصلی می‌باشد. $R_k = 1$ دامنه‌ی بیم اصلی و R_k ها $(k = 1, \dots, L-2)$ دامنه‌ی گلبرگ‌های کناری مطلوب هستند. پترن‌های تفاضلی با L عنصر دارای

$$|F(\psi)|^2 = \sum_{l=-(N-1)}^{N-1} R_l \exp(-j l \psi) \quad (42)$$

در معادله اخیر، R_l ، l امین ضریب خودهمبستگی جریان I_n می‌باشد. این ضریب به ترتیب برای $0 \leq l \leq N-1$ و $-(N-1) \leq l \leq 0$ به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$R_l = \sum_{n=-}^{N-1-l} I_n I_{n+l}^* = \sum_{n=-}^{N-1-l} A_n A_{n+l} \exp(j(\varphi_n - \varphi_{n+l})) \quad (43)$$

$$R_l = \sum_{n=-l}^{N-1} I_n I_{n+l}^* = \sum_{n=-l}^{N-1} A_n A_{n+l} \exp(j(\varphi_n - \varphi_{n+l})) \quad (44)$$

با مقایسه (۴۳) و (۴۴) می‌توان دریافت که $R_{-l} = R_l^*$. بنابراین در (۴۳)، R_l تنها برای $0 \leq l \leq N-1$ ضریب مستقل هستند. در واقع (۴۲) مبین آن است که می‌توان پترن تشعشی، $|F(\psi)|^2$ ، به عنوان یک سری فوریه بیان می‌شود و ضرایب آن، همان ضرایب خودهمبستگی هستند. بنابراین N ضریب R_l برای $0 \leq l \leq N-1$ در (۴۳)، تابع $|F(\psi)|^2$ را به طور یکتا تعیین می‌کنند. بر اساس این حقیقت، می‌توان روش تطبیق خودهمبستگی را برای سنتز تنها فاز آرایه‌های خطی و صفحه‌ای به منظور داشتن پترن توان مطلوب پیشنهاد داد. در این روش، ابتدا یک آرایه با استفاده از روش‌های دامنه و فاز مرسوم سنتز می‌شود. سپس، آرایه‌ی دیگری به گونه‌ای سنتز می‌شود که ضرایب خودهمبستگی آن با ضرایب خودهمبستگی آرایه‌ی اولیه یکی شوند. این کار می‌تواند با تغییر تنها فاز جریان‌ها انجام شود در حالی که دامنه‌ی جریان‌ها مقادیر مشخصی نگه داشته می‌شوند. جریان‌های تحریک مربوط به آرایه‌ی سنتز شده‌ی دامنه-فاز به صورت $I'_n = A'_n \exp(j\varphi'_n)$ و جریان‌های تحریک مربوط به آرایه‌ی سنتز شده‌ی تنها-فاز به صورت $I_n = A_n \exp(j\varphi_n)$ در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین l امین ضریب خودهمبستگی آرایه‌ی دامنه-فاز برای $0 \leq l \leq N-1$ به صورت زیر قابل بیان است

$$R'_l = \sum_{n=-}^{N-1-l} I'_n I'_{n+l}{}^* = \sum_{n=-}^{N-1-l} A'_n A'_{n+l} \exp(j(\varphi'_n - \varphi'_{n+l})) \quad (45)$$

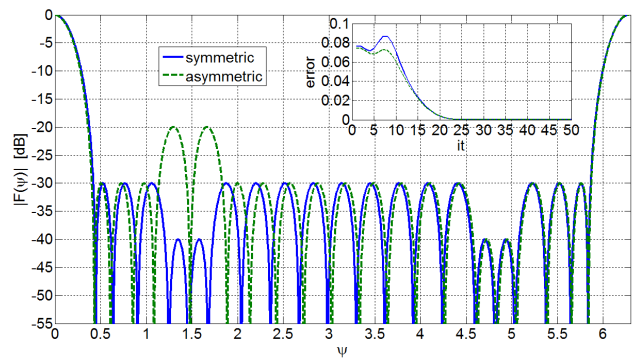
برای یافتن فاز جریان φ_n به ازای $l = 1, 2, \dots, N-1$ ، با مساوی قراردادن (۴۳) با معادله (۴۵)، یعنی $R_l = R'_l$ ، مجموعه معادلات زیر به ازای $l = 0, 1, \dots, N-1$ حاصل می‌شوند

$$\sum_{n=-}^{N-1-l} A_n A_{n+l} \exp(j(\varphi_n - \varphi_{n+l})) = R'_l \quad (46)$$

برای حفظ (۴۶) به ازای $l = 0$ ، جریان‌های مطلوب A_n باید با یک ثابت مناسب ضرب شوند تا معادله‌ی انرژی زیر حفظ شود

$$\sum_{n=-}^{N-1} A_n^2 = \sum_{n=-}^{N-1} A_n'^2 \quad (47)$$

معادله (۴۶) شامل $N-1$ معادله‌ی غیرخطی با $N-1$ متغیر مجهول φ_n است که می‌تواند با روش‌های مناسب مانند بهینه‌سازی حل شود. به منظور تصدیق روش و آشکار شدن نقاط قوت و ضعف روش، سه مثال ارائه شده است: بیم نوک مدادی، بیم قطاعی و بیم کسکان.



شکل ۱۱: دو پترن پله‌ای متقارن و نامتقارن حاصل شده [۱۲].

معادله‌ی (۳۸) شامل $L-1$ معادله‌ی خطی است که یک معادله‌ی ماتریسی به شکل زیر را برای پترن‌های مجموع و تفاضل شکل می‌دهد

$$[D]_{(L-1) \times (L-1)} [\delta\psi]_{(L-1) \times 1} = [q]_{(L-1) \times 1} \quad (39)$$

$$[D]_{(L-1) \times (L-2)} [\delta\psi]_{(L-2) \times 1} = [q]_{(L-1) \times 1} \quad (40)$$

پترن‌های مجموع دارای $L-1$ متغیر مجهول ψ_{zn} ، $(n=1, 2, \dots, L-1)$ هستند اما پترن‌های تفاضلی دارای $L-2$ متغیر مجهول ψ_{zn} ، $(n=2, 3, \dots, L-1)$ هستند زیرا $\psi_{z1} = 0$ ثابت است. بنابراین (۳۹) با استفاده از ماتریس معکوس $[D]$ حل می‌شود ولی (۴۰) با استفاده از شبه‌معکوس $[D]$ قابل محاسبه است.

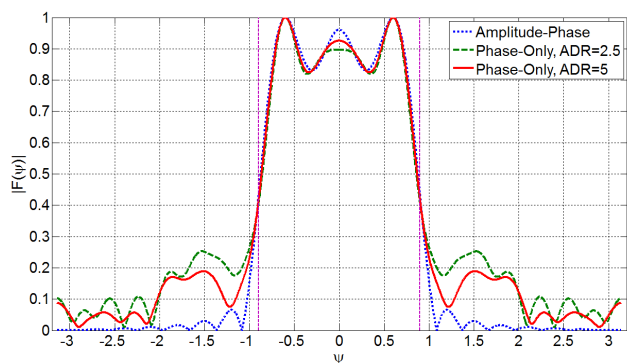
در یک آرایه خطی با $L=21$ عنصر که دارای ۱۹ گلبرگ کناری یکسان برابر با $SSL = -30$ dB می‌باشد روش پیشنهادی به کار گرفته می‌شود تا گلبرگ‌های کناری با شماره‌های ۱۵ و ۱۶ به -40 dB کاهش می‌یابند و همزمان دو گلبرگ کناری هم با شماره‌های ۴ و ۵ به -40 dB یا -20 dB می‌رسند. شکل ۱۱ دو پترن متقارن و نامتقارن جدید حاصل شده را برای تعداد تکرار $IT = 50$ نشان می‌دهد. دقت بالای سطح تمام گلبرگ‌های کناری، مشهود است.

۴- راهبرد تعیین تنها فاز جریان‌های تحریک

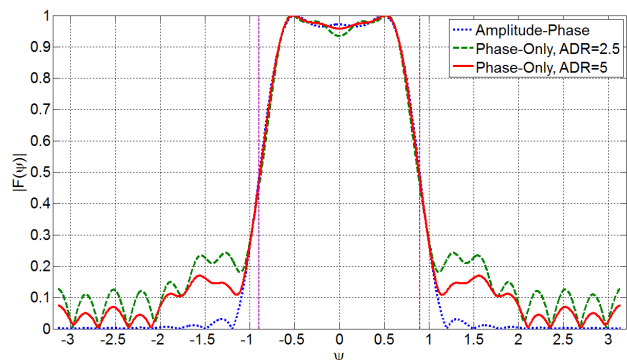
در این نوع روش طراحی، دامنه‌ی جریان‌های تحریک و فاصله‌ی بین عناصر، از قبل مشخص است و فاز جریان‌های تحریک برای دستیابی به پترن مشخص، تعیین می‌شوند. تقریباً تمام روش‌های پیشنهاد شده برای سنتز تنها فاز، بر پایه‌ی روش‌های بهینه‌سازی در دو دسته‌بندی اصلی هستند: الگوریتم‌های جستجوی محلی مانند روش تصویر جایگزین [۱۳] و [۱۴]، و الگوریتم‌های تکاملی مانند الگوریتم ژنتیک [۱۵]، بهینه‌سازی ازدحام ذرات [۱۶] و تکنیک آزادسازی نیمه قطعی [۱۷]. اخیراً یک روش تحلیلی که روش تطبیق خودهمبستگی نامیده می‌شود برای آرایه‌های خطی و صفحه‌ای پیشنهاد شده است [۳۲]. در یک آرایه انتی خطی که دارای N عنصر با فاصله‌ی یکنواخت است و جریان تحریک n امین آن به صورت $I_n = A_n \exp(j\varphi_n)$ می‌باشد توان پترن تشعشی را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$|F(\psi)|^2 = F(\psi) F^*(\psi) = \sum_{n=-}^{N-1} \sum_{m=-}^{N-1} I_n I_m^* \exp(j(n-m)\psi) \quad (41)$$

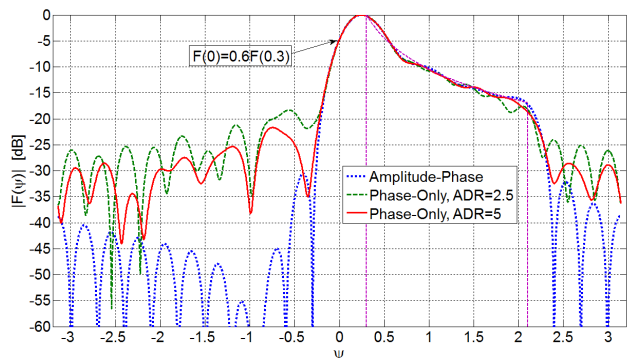
که در آن $\psi = kd \cos \theta$ است. به طور جایگزین، توان الگوی تابش را می‌توان به صورت زیر نوشت



شکل ۱۵: پترن‌های بیم قطاعی سنتز شده با روش دامنه-فاز (سری فوریه) و تنها-فاز به ازای $ADR = ۲٫۵$ و ۵ [۳۲].



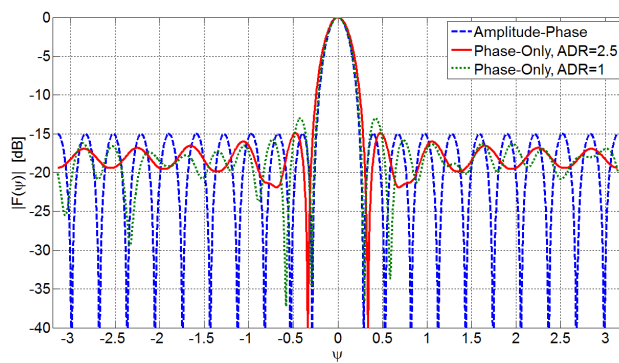
شکل ۱۶: پترن‌های بیم قطاعی سنتز شده با روش دامنه-فاز (نمونه‌برداری) و تنها-فاز به ازای $ADR = ۲٫۵$ و ۵ [۳۲].



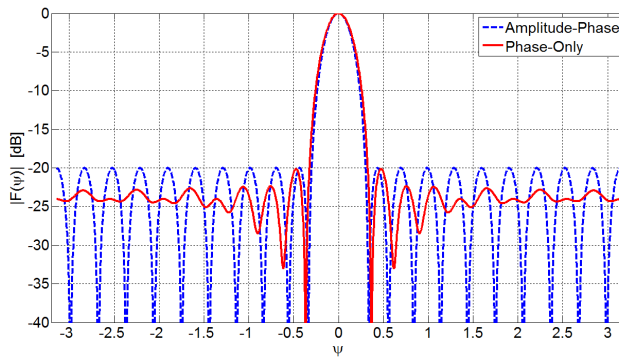
شکل ۱۷: پترن‌های کسکانت سنتز شده روش دامنه-فاز (نمونه‌برداری) و تنها-فاز به ازای $ADR = ۲٫۵$ و ۵ [۳۲].

به منظور سنتز پترن با روش تنها-فاز، کمیته به نام محدوده‌ی دینامیکی دامنه^۱ (ADR) تعریف می‌شود که بیان می‌دارد که دامنه‌ی تحریک عناصر در چه محدوده‌ای قابلیت تغییر دارند. یک آرایه‌ی خطی با $N = ۲۱$ عنصر به منظور دستیابی به بیم نوک مدادی با سطح گلبُرج کناری یکسان (چی شیف) برابر با -۱۵ ، -۲۰ و -۲۵ dB طراحی شده است. شکل‌های ۱۲ تا ۱۴ نتایج پترن‌های دامنه-فاز (چی شیف) و تنها-فاز را نشان می‌دهد.

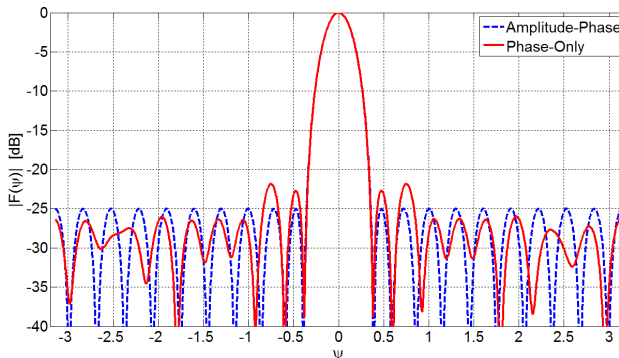
مشاهده می‌شود که حد $ADR = ۲٫۵$ اجازه نمی‌دهد که SLL کمتر از -۲۳ dB شود. همچنین از شکل ۱۱ مشخص است که حداقل SLL برای $ADR = ۱$ برابر با $-۱۵٫۸$ dB می‌باشد. در مثال بعدی، یک آرایه خطی با $N = ۲۱$ عنصر به منظور دستیابی به بیم قطاعی بین $\psi = -۰٫۹$ تا $\psi = ۰٫۹$ طراحی می‌شود. مقدار



شکل ۱۲: پترن‌های بیم نوک مدادی سنتز شده با روش دامنه-فاز و تنها-فاز برای $ADR = ۲٫۵$ و ۱ و $SLL = -۱۵$ dB [۳۲].



شکل ۱۳: پترن‌های بیم نوک مدادی سنتز شده با روش دامنه-فاز و تنها-فاز برای $ADR = ۲٫۵$ و $SLL = -۲۰$ dB [۳۲].



شکل ۱۴: پترن‌های بیم نوک مدادی سنتز شده با روش دامنه-فاز و تنها-فاز برای $ADR = ۲٫۵$ و $SLL = -۲۵$ dB [۳۲].

به منظور سنتز پترن با روش تنها-فاز، کمیته به نام محدوده‌ی دینامیکی دامنه^۱ (ADR) تعریف می‌شود که بیان می‌دارد که دامنه‌ی تحریک عناصر در چه محدوده‌ای قابلیت تغییر دارند.

یک آرایه‌ی خطی با $N = ۲۱$ عنصر به منظور دستیابی به بیم نوک مدادی با سطح گلبُرج کناری یکسان (چی شیف) برابر با -۱۵ ، -۲۰ و -۲۵ dB طراحی شده است. شکل‌های ۱۲ تا ۱۴ نتایج پترن‌های دامنه-فاز (چی شیف) و تنها-فاز را نشان می‌دهد.

مشاهده می‌شود که حد $ADR = ۲٫۵$ اجازه نمی‌دهد که SLL کمتر از -۲۳ dB شود. همچنین از شکل ۱۱ مشخص است که حداقل SLL برای $ADR = ۱$ برابر با $-۱۵٫۸$ dB می‌باشد.

در مثال بعدی، یک آرایه خطی با $N = ۲۱$ عنصر به منظور دستیابی به بیم قطاعی بین $\psi = -۰٫۹$ تا $\psi = ۰٫۹$ طراحی می‌شود. مقدار

با ملاحظه (۴۹) و (۵۰) می‌توان دید که ضریب آرایه‌ای آرایه‌های آنتنی خطی با فاصله‌گذاری غیریکنواخت، حاصل جمع چندجمله‌ای‌های چبی‌شف از مرتبه غیرصحیح است، نه از مرتبه صحیح. بنابراین، آنها نمی‌توانند برابر با چندجمله‌ای چبی‌شف مطلوب باشند. در نتیجه، ضریب آرایه‌ای آرایه‌های آنتنی خطی با فاصله‌گذاری غیریکنواخت هرگز نمی‌توانند الگوی تابش چبی‌شف دقیقی را ارائه دهند. با این حال، می‌توانند الگوی تابش نزدیک به چبی‌شف را عرضه کنند، زیرا انحراف- e_m ها، باید به سمت صفر میل کنند.

حال نحوه ی محاسبه میزان انحراف‌های e_m بیان می‌شود. اگر میزان انحراف‌ها کوچک در نظر گرفته شود ضریب آرایه‌ها در روابط (۴۹) و (۵۰) می‌توانند به صورت زیر تقریب زده شوند

$$F(u) = F_o(u) = \frac{1}{L} \left(1 + 2 \sum_{m=1}^N \cos((2m + e_m)u) \right) \quad (51)$$

$$\approx \frac{1}{L} \left(1 + 2 \sum_{m=1}^N \cos(2mu) - 2u \sum_{m=1}^N e_m \sin(2mu) \right)$$

$$F(u) = F_e(u) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \cos(((2m - 1) + e_m)u) \quad (52)$$

$$\approx \frac{1}{N} \left(\sum_{m=1}^N \cos((2m - 1)u) - u \sum_{m=1}^N e_m \sin((2m - 1)u) \right)$$

از (۵۱) و (۵۲) می‌توان مشاهده کرد که میزان انحراف‌های صفر، یعنی $e_m = 0$ ، منجر به پترن تشعشی مرتبط با آرایه‌های با دامنه‌ی یکنواخت و فاصله‌گذاری یکسان می‌باشد که دارای صفرهای زیر هستند

$$u_k^{(\text{uniform})} = k \frac{\pi}{L} \quad (53)$$

که در آن $k = 1, 2, \dots, N$ است. معادلات (۵۱) و (۵۲) دارای N ضریب مجهول e_m هستند. از طرف دیگر، معادله (۵۴) که مربوط به چند جمله‌ای چبی‌شف با مرتبه ی $L - 1$ است دارای همان تعداد صفر مجزا در محدوده $u = [0, \pi/2]$ می‌باشد که در (۵۵) ذکر شده است.

$$F(u) = \frac{1}{R} T_{L-1}(x \cdot \cos(u)) \quad (54)$$

$$u_k^{(\text{chebyshev})} = \cos^{-1} \left(\frac{1}{x} \cos \left((2k - 1) \frac{\pi}{2(L - 1)} \right) \right) \quad (55)$$

که در آن $k = 1, 2, \dots, N$ است. بنابراین می‌توان ضرایب مجهول (۵۱) و (۵۲) را با مساوی قراردادن صفرهای آن با صفرهای چند جمله‌ای چبی‌شف به دست آورد که به این روش، تطبیق صفرها می‌گویند. این کار منجر به حل مجموعه معادلات خطی زیر می‌شود

$$[D]_{N \times N} [e]_{N \times 1} = [q]_{N \times 1} \quad (56)$$

در (۵۱) و برای تعداد L فرد،
 $[e] = [e_1, e_2, \dots, e_N]^T$ ،
 $[D] = 2[u_1 \sin(2u_1), \dots, u_1 \sin(2Nu_1); u_2 \sin(2u_2), \dots, u_1 \sin(2Nu_2); \dots; u_N \sin(2u_N), \dots, u_N \sin(2Nu_N)]$

$$[q] = 1 + 2 \left[\sum_{m=1}^N \cos(2mu_1), \sum_{m=1}^N \cos(2mu_2), \dots, \sum_{m=1}^N \cos(2mu_N) \right]^T$$

با مساوی قراردادن (۴۹) با تمام صفرهای مجزا در معادله (۵۵) محاسبه کرد.

جدول ۲: مقایسه روش‌های سنتز تنها-فاز و دامنه-فاز در راهبرد تعیین فاز جریان‌های تحریک.

روش سنتز	نقاط قوت	نقاط ضعف
تنها-فاز [۳۲]	ساده‌تر بودن پیاده‌سازی شبکه تغذیه	محدودیت SLL در سنتز پترن‌های متقارن و نامتقارن
دامنه-فاز	محدودیت کم SLL در سنتز پترن‌ها	پیچیده‌تر بودن پیاده‌سازی شبکه تغذیه

خلاصه مقایسه روش‌های سنتز تنها-فاز و دامنه-فاز در راهبرد تعیین فاز جریان‌های تحریک در جدول ۲ قابل مشاهده است.

۵- راهبرد تعیین فاصله بین عناصر

در این نوع روش طراحی، دامنه و فاز جریان‌های تحریک، از قبل مشخص می‌باشد و فاصله‌ی بین عناصر برای دستیابی به پترن مشخص، تعیین می‌شوند. آرایه‌های آنتنی با فاصله‌گذاری غیریکنواخت به دلیل داشتن پترن‌های تشعشی مطلوب بدون نیاز به تحریک دامنه‌ی غیریکنواخت، مورد توجه قرار گرفته‌اند. در حقیقت، آرایه‌های آنتنی با فاصله‌گذاری غیریکنواخت نیاز به مدارات پیچیده‌ای که توزیع دامنه‌ی غیریکنواختی را ایجاد کنند (همانند آنچه که در آرایه‌های آنتنی با فاصله‌گذاری یکنواخت وجود دارد) ندارند [۳۳] تا [۳۶]. یافتن مکان‌های بهینه‌ی عناصر آرایه‌های آنتنی با فاصله‌گذاری غیریکنواخت، هدف اصلی طراحی آن‌ها می‌باشد. تاکنون روش‌های متعددی برای طراحی آرایه‌های آنتنی با فاصله‌گذاری غیریکنواخت به منظور یافتن مکان‌های عناصرشان پیشنهاد شده است. این روش‌ها می‌توانند به دو گروه اصلی تقسیم شوند. اولین گروه شامل روش‌های بهینه‌سازی گوناگون می‌باشد [۳۷] تا [۴۲]. گروه دوم شامل روش‌های تحلیلی مختلف مانند اختلال، تکنیک‌های انتگرالی، روش‌های احتمالی و روش‌های تکرار هستند [۴۳] تا [۵۳]. اخیراً روشی به نام تطبیق صفرها برای طراحی آرایه‌های آنتنی با فاصله‌گذاری غیریکنواخت به منظور داشتن پترن نزدیک چبی‌شف ارائه شده است [۳۳]. در این روش صفرهای ضریب آرایه‌ی آرایه‌های آنتنی با فاصله‌گذاری غیریکنواخت با صفرهای پترن چبی‌شف، برابر قرار داده می‌شوند. در ساختار آرایه‌های آنتنی خطی با فاصله‌گذاری غیریکنواخت که دارای L عنصر است مکان عنصر m آرایه به صورت زیر می‌باشد

$$x_m = \begin{cases} \pm 0.5(2m + e_m)d; & \text{for } L = 2N + 1 \\ \pm 0.5((2m - 1) + e_m)d; & \text{for } L = 2N \end{cases} \quad (48)$$

که در آن، d یک فاصله‌ی دلخواه است که معمولاً نزدیک به نصف طول موج، λ می‌باشد. همچنین e_m ‌ها میزان انحراف‌ها را نشان می‌دهد. می‌توان دید که ضریب آرایه‌ی آرایه‌های آنتنی خطی با فاصله‌گذاری غیریکنواخت می‌تواند به ترتیب برای تعداد عناصر فرد و زوج به صورت زیر نوشته شود

$$F(u) = F_o(u) = \frac{1}{L} \left(1 + 2 \sum_{m=1}^N \cos((2m + e_m)u) \right) \quad (49)$$

$$= \frac{1}{L} \left(1 + 2 \sum_{m=1}^N T_{2m+e_m}(\cos(u)) \right); \quad L = 2N + 1$$

$$F(u) = F_e(u) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \cos(((2m - 1) + e_m)u) \quad (50)$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N T_{(2m-1)+e_m}(\cos(u)); \quad L = 2N$$

جدول ۳: مقایسه روش‌های سنتز آرایه‌ها با فاصله‌گذاری غیر یکنواخت و با فاصله‌گذاری یکنواخت در راهبرد تعیین فاصله‌ی بین عناصر.

روش سنتز	نقاط قوت	نقاط ضعف
آرایه با فاصله‌گذاری غیر یکنواخت [۳۳]	سادگی پیاده‌سازی شبکه تغذیه	دارای محدودیت SLL
آرایه با فاصله‌گذاری یکنواخت (چپی‌شف)	بدون محدودیت در میزان SLL	پیچیدگی شبکه تغذیه

این روش تطبیق صفرها که در بالا توضیح داده شد دارای این نقطه ضعف است که تنها برای ضریب آرایه‌های متقارن حقیقی مثل چپی‌شف کاربرد دارد. در مرجع [۳۴] روش دیگری که معادل‌سازی ضرایب فوریه نامیده می‌شود ارائه شده است که برای سنتز هر ضریب آرایه دلخواهی که می‌تواند توسط یک آرایه یکنواخت با تحریک‌های حقیقی و مثبت طراحی شود، کاربرد دارد.

در یک آرایه آنتنی خطی با فاصله‌گذاری یکنواخت که دارای $L = 2N + 1$ یا $L = 2N$ عنصر با فاصله‌ی یکسان بین عناصر d است ضریب آرایه‌ی آرایه‌های با فاصله‌گذاری یکسان برای تعداد عناصر زوج و فرد می‌تواند به صورت زیر نوشته شود

$$F_o(\theta) = \sum_{n=-N}^N k_A A_n \exp(jknd \cdot \cos(\theta)) \quad (57)$$

$$F_e(\theta) = \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N k_A A_n \exp(jk(n \mp 0.5)d \cdot \cos(\theta)) \quad (58)$$

که در آن $k = 2\pi/\lambda$ عدد موج و A_n تحریک نسبی n امین عنصر است با فرض اینکه $\alpha(A_n) = 1$. بنابراین kA یک ضریب مقیاس خواهد بود. همچنین علامت‌های بالا و پایین در رابطه (۵۸) به ترتیب مربوط به n مثبت و منفی است. دو تابع $F_o(\theta)$ و $F_e(\theta)$ متناوب و نسبت به زاویه‌ی θ زوج هستند بنابراین آن‌ها می‌توانند به شکل سری های فوریه به صورت زیر نوشته شوند

$$F(\theta) = \sum_{m=0}^{\infty} F_m \cos(m\theta) \quad (59)$$

که در آن F_m ها ضرایب فوریه هستند و به صورت زیر محاسبه می‌شوند

$$F_m = \frac{\varepsilon_m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(\theta) \cos(m\theta) d\theta \quad (60)$$

که در آن ε_m به ترتیب برای $m = 0$ و $m \neq 0$ برابر ۱ یا ۲ است. با در نظر گرفتن تساوی معروف زیر

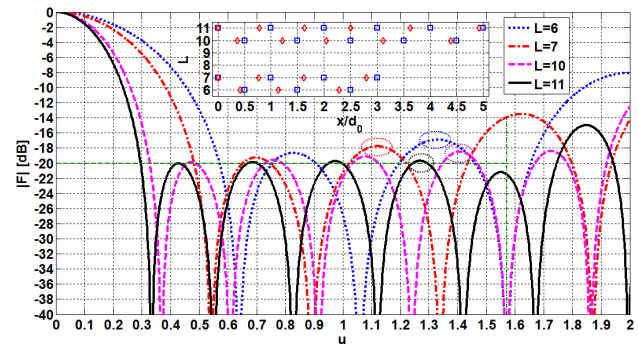
$$\int_{-\pi}^{\pi} \exp(jx \cos(\theta)) \cos(m\theta) d\theta = 2\pi j^m J_m(x) \quad (61)$$

و جایگذاری (۵۷) و (۵۸) در (۶۰)، m امین ضرایب فوریه $F_o(\theta)$ و $F_e(\theta)$ به ترتیب به صورت زیر به دست می‌آیند

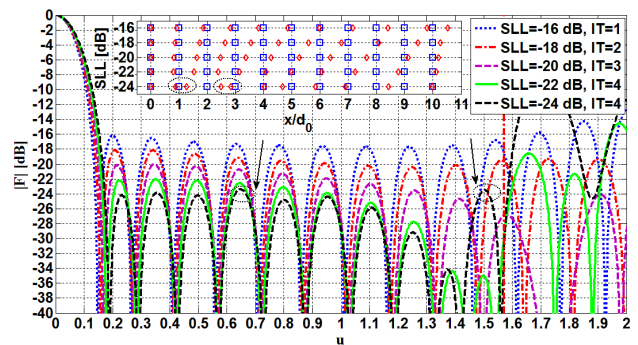
$$F_m^o = \varepsilon_m j^m \sum_{n=-N}^N k_A A_n J_m(knd_0) \quad (62)$$

$$F_m^e = \varepsilon_m j^m \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N k_A A_n J_m(k(n \mp 0.5)d_0) \quad (63)$$

که در آن $J_m(x)$ تابع بسل نوع ۱ از مرتبه m است. در آرایه‌های آنتنی با فاصله‌گذاری غیریکنواخت که دارای $L = 2N + 1$ یا $L = 2N$



شکل ۱۸: ضریب آرایه‌های به دست آمده از روش ZMM برای آرایه‌های با فاصله‌گذاری غیر یکنواخت با تعداد عناصر L مختلف با فرض $SLL = -20$ dB و تعداد کل تکرار $IT = 10$. □: موقعیت عناصر آرایه‌ی با فاصله‌گذاری یکنواخت. ◇: موقعیت عناصر آرایه‌ی با فاصله‌گذاری غیر یکنواخت [۳۳].



شکل ۱۹: ضریب آرایه‌های به دست آمده از روش ZMM برای آرایه‌های با فاصله‌گذاری غیریکنواخت با تعداد عناصر $L = 21$ به ازای SLL های مختلف. □: موقعیت عناصر آرایه‌ی با فاصله‌گذاری یکنواخت. ◇: موقعیت عناصر آرایه‌ی با فاصله‌گذاری غیر یکنواخت [۳۳].

برای تصدیق روش و مقایسه با حالت آرایه‌ی با فاصله‌گذاری یکنواخت (چپی‌شف)، دو حالت مورد بررسی قرار می‌گیرد. حالت اول، سنتز پترن با سطح گلبرگ کناری مشخص به ازای تعداد عناصر متفاوت؛ و حالت دوم، سنتز پترن با سطوح گلبرگ کناری متفاوت به ازای تعداد عناصر ثابت. چهار آرایه خطی با فاصله‌گذاری غیریکنواخت با تعداد عناصر $L = 6, 7, 10, 11$ برای دستیابی به $SLL = -20$ dB با روش پیشنهادی طراحی شده است. شکل ۱۸ نتایج پترن‌های سنتز شده با تعداد کل تکرارهای $IT = 10$ را نشان می‌دهد.

مشاهده می‌شود که با افزایش تعداد عناصر L ، اختلاف بین SLL های حاصل شده و مطلوب در محدوده $u = [0, \pi/2]$ کاهش می‌یابد. در حقیقت، برای داشتن اختلاف کم بین SLL حاصل شده و مطلوب، بایستی از تعداد عناصر بیشتر از یک مقدار حداقل، L_{min} استفاده کرد. شکل ۱۸ نشان می‌دهد که برای SLL مطلوب برابر با -20 dB، تعداد عناصر L ، باید بزرگتر از $L_{min} = 11$ باشد.

در حالت بعدی، یک آرایه خطی با فاصله‌گذاری غیر یکنواخت با تعداد عناصر $L = 21$ برای دستیابی به SLL مطلوب برابر با -14 dB، -16 dB، -18 dB، -20 dB و -24 dB طراحی می‌شود. شکل ۱۹ ضرایب آرایه‌ی حاصل شده را به ازای تعداد تکراری که کمترین SLL ها را حاصل کند، نشان می‌دهد.

خلاصه مقایسه روش‌های سنتز تنها-فاز و دامنه-فاز در راهبرد تعیین فاز جریان‌های تحریک در جدول ۳ قابل مشاهده است.

$$\sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N kd.J'_m(k(n \mp 0.5)d.)e_n \equiv \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N k_A A_n J_m(k(n \mp 0.5)d.) - \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N J_m(k(n \mp 0.5)d.) \quad (71)$$

معادلات (۷۰) و (۷۱) برای $m = 0, \dots, M$ برقرار است که M حد بالای m در سری‌های کوتاه‌شده در (۵۹) می‌باشد. پارامتر M می‌تواند با فرض $|J_M(kNd.)| \ll 1$ در معادلات (۶۲) و (۶۳) تعیین گردد. می‌توان دید که اگر M بیشتر از $1/5x$ باشد با فرض $x < 8$ ، $|J_M(x)|$ باید کمتر از 0.1 باشد. بنابراین با فرض $kNd. > 8$ شرط زیر برای M وجود دارد

$$|J_M(kNd.)| < 0.1 \Rightarrow M > 1/5kNd. \quad (72)$$

معادلات (۷۰) و (۷۱) یک مجموعه معادلات خطی شامل $M+1$ معادله‌ی خطی و $2N$ متغیر مجهول e_n را بیان می‌کنند، بنابراین می‌توانند به صورت یک معادله ماتریسی به صورت زیر نشان داده شوند

$$[P]_{(M+1) \times 2N} [e]_{2N \times 1} = k_A [P.]_{(M+1) \times L} [A]_{L \times 1} - [P.]_{(M+1) \times L} [1]_{L \times 1} \quad (73)$$

که در آن ماتریس $[1]_{L \times 1}$ ماتریس واحد است که تمام عناصر آن یک می‌باشد. همچنین ماتریس‌های $[P.]_{(M+1) \times 2N}$ و $[P.]_{(M+1) \times L}$ برای فرد در L امین ردیف به ترتیب دارای عناصر برابر با $kd.J'_m(knd.)$ و $J_m(knd.)$ هستند. برای L زوج، آن‌ها به ترتیب $kd.J'_m(k(n \mp 0.5)d.)$ و $J_m(k(n \mp 0.5)d.)$ هستند. معادله ماتریسی (۷۳) به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$[e] = [P]^{-1} (k_A [P.] [A] - [P.] [1]) \quad (74)$$

که در آن $[P]^{-1}$ شبه معکوس ماتریس $[P]$ می‌باشد. از آنجایی که ماتریس‌های $[P.]$ و $[P]$ در (۷۴) کاملاً حقیقی هستند، جهت داشتن جابجایی‌های حقیقی برای آرایه‌های با فاصله‌گذاری غیریکنواخت، e_n ها، تحریک‌های فرضی آرایه با فاصله‌گذاری یکنواخت، A_n ها، نیز باید حقیقی باشند. این شرط معادل این است که ضریب آرایه باید نسبت به زاویه سرآتش، متقارن و مزدوج باشد، یعنی $F(\pi - \theta) = F^*(\theta)$. همچنین، تحریک‌های حقیقی باید مثبت باشند، زیرا تحریک‌های عناصر آرایه با فاصله‌گذاری یکنواخت در (۶۵) و (۶۶) مثبت فرض شده‌اند. در واقع، اینها تنها محدودیت‌های روش معادل‌سازی ضرایب فوری‌ی پیشنهادی برای طراحی فاکتورهای آرایه هستند.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله مروری، ابتدا دسته‌بندی جامعی از آرایه‌های آنتنی بر اساس روش‌های طراحی ارائه گردید. این دسته‌بندی تعیین تنها-دامنه‌ی جریان‌های تحریک، تعیین تنها-فاز جریان‌های تحریک و تعیین فاصله‌ی بین عناصر می‌باشد. در راهبرد تعیین دامنه‌ی جریان تحریک، روش‌های سنتز جدیدی که در مقالات برای دستیابی به پترن‌های پهلواش با ویژگی‌های تشعشی عملی ارائه شده‌اند ذکر گردید، از جمله: دستیابی به حداکثر سمتگرایی به ازای سطح گلبرگ کناری مشخص، دستیابی به

عنصر باشد مکان n امین عنصر ($n = 1, 2, \dots, N$) نسبت به آرایه‌های با فاصله‌گذاری یکنواخت به اندازه $e_n d.$ جابجا شده است. بنابراین مکان عناصر برای تعداد عناصر فرد و زوج به صورت زیر می‌باشند

$$x_n = \begin{cases} (n + e_n)d.; & n = -N, \dots, -1, 0, 1, \dots, N \\ ((n \mp 0.5)d. + e_n)d.; & n = -N, \dots, -1, 1, \dots, N \end{cases} \quad (64)$$

که در آن e_n ، n امین جابجایی تعریف می‌شود با فرض اینکه برای تعداد عناصر فرد، $e_0 = 0$ باشد. ضریب آرایه‌ی آرایه‌های با فاصله‌گذاری غیریکنواخت را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$F_o(\theta) = \sum_{n=-N}^N \exp(jkx_n \cos(\theta)) \quad (65)$$

$$F_e(\theta) = \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N \exp(jkx_n \cos(\theta)) \quad (66)$$

در اینجا نیز دو تابع $F_o(\theta)$ و $F_e(\theta)$ متناوب و نسبت به زاویه‌ی θ زوج هستند یعنی $F(\theta + 2\pi) = F(\theta) = F(-\theta)$. بنابراین می‌توان آن‌ها به فرم سری فوریه همانند (۵۹) نوشت. با جایگذاری (۶۵) و (۶۶) در (۶۰)، m امین ضریب فوریه به ترتیب برای تابع $F_o(\theta)$ و تابع $F_e(\theta)$ حاصل می‌شود

$$F_m^o = \varepsilon_m j^m \sum_{n=-N}^N J_m(kx_n) \equiv \varepsilon_m j^m \left(\sum_{n=-N}^N J_m(knd.) + \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N kd.J'_m(knd.)e_n \right) \quad (67)$$

$$F_m^e = \varepsilon_m j^m \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N J_m(kx_n) \equiv \varepsilon_m j^m \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N \left(J_m(k(n \mp 0.5)d.) + kd.J'_m(k(n \mp 0.5)d.)e_n \right) \quad (68)$$

در (۶۷) و (۶۸)، $J'_m(x)$ ، مشتق تابع بسل است و می‌تواند به صورت زیر بیان شود

$$J'_m(x) = \frac{m}{x} J_m(x) - J_{m+1}(x) \quad (69)$$

حال هدف این است که میزان جابجایی عناصر به گونه‌ای یافت شود که آرایه‌ی با فاصله‌گذاری غیریکنواخت، همان ضریب آرایه‌ی، آرایه‌ای با فاصله‌گذاری یکنواخت را داشته باشد. برای این کار، از روش پیشنهاد شده‌ی معادل‌سازی ضرایب فوریه استفاده شده است. در این روش، (۶۷) و (۶۸) به ترتیب با (۶۲) و (۶۳) مساوی قرار داده می‌شوند. این برابری، منجر به معادلات زیر به ترتیب برای آرایه‌های فرد و زوج می‌شود

$$\sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N kd.J'_m(knd.)e_n \equiv \sum_{n=-N}^N k_A A_n J_m(knd.) - \sum_{n=-N}^N J_m(knd.) \quad (70)$$

- [17] B. Fuchs, "Application of convex relaxation to array synthesis problems," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, vol. 62, no. 2, pp. 634-640, Feb. 2014.
- [18] R. Elliott, "Design of line-source antennas for sum patterns with sidelobes of individually arbitrary heights," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 24, no. 1, pp. 76-83, Jan. 1976.
- [19] R. Elliott, "Design of line source antennas for difference patterns with sidelobes of individually arbitrary heights," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 24, no. 3, PP. 310-316, May 1976.
- [20] T. T. Taylor, "Design of circular apertures for narrow beamwidths and low sidelobes," *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, vol. 8, no. 1, pp. 17-22, Jan. 1960.
- [21] E. T. Bayliss, "Design of monopulse antenna difference patterns with low sidelobes," *The Bell System Technical Journal*, vol. 47, no. 5, pp. 623-650, May/Jun. 1968.
- [22] R. S. Elliott, "Design of line-source antennas for narrow beamwidth and asymmetric low sidelobes," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, vol. 23, no. 1, pp. 100-107, Jan. 1975.
- [23] A. T. Villeneuve, "Taylor patterns for discrete arrays," *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, vol. 32, no. 10, pp. 1089-1093, Oct. 1984.
- [24] C. A. Olen and R. T. Compton, "A numerical pattern synthesis algorithm for arrays," *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, vol. 38, no. 10, pp. 1666-1676, Oct. 1990.
- [25] W. A. Swart and J. C. Olivier, "Numerical synthesis of arbitrary discrete arrays," *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, vol. 41, no. 8, pp. 1171-1174, Aug. 1993.
- [26] J. Li, R. Jin, and Y. Sheng, "A fast synthesis algorithm of adaptive beams for smart antennas," *Microwave and Optical Technology*, vol. 36, no. 6, pp. 503-507, Mar. 2003.
- [27] Q. Wang and Q. -Q. He, "An arbitrary conformal array pattern synthesis method that include mutual coupling and platform effects," *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 110, pp. 297-311, 2010.
- [28] L. Caccavale, T. Isernia, and F. Soldovieri, "Methods for optimal focusing of microstrip array antennas including mutual coupling," *IEE Proc. Microwaves, Antennas and Propagation*, vol. 147, no. 3, Article ID: 199202, Jun. 2000.
- [29] P. Rocca, N. Anselmi, and A. Massa, "Optimal synthesis of robust beamformer weights exploiting interval analysis and convex optimization," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, vol. 62, no. 7, pp. 3603-3612, Jul. 2014.
- [30] Y. Han and C. Wan, "Scalable alternating projection and proximal splitting for array pattern synthesis," *International Journal of Antennas and Propagation*, vol. 2015, Article ID: 915293, 2015.
- [31] S. -L. Chen, P. -Y. Qin, Y. J. Gue, Y. Liu, and P. You, "Generalized 2-D numerical pattern synthesis algorithm for low cross polarization and low sidelobe synthesis," *IEEE Trans. Antennas Wireless Propagation Letters*, vol. 16, pp. 2578-2581, 2017.
- [32] M. Khalaj-Amirhosseini, "Phase-only power pattern synthesis of linear arrays using autocorrelation matching method," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 18, no. 7, pp. 1487-1491, Jul. 2019.
- [33] M. Khalaj-Amirhosseini, Giuseppe Vecchi, and Paola Pirinoli, "Near-Chebyshev pattern for nonuniformly spaced arrays using zeros matching method," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 65, no. 10, pp. 5155-5161, Oct. 2017.
- [34] M. Khalaj-Amirhosseini, "Design of nonuniformly spaced antenna arrays using Fourier's coefficients equating method," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 66, no. 10, pp. 5326-5332, Oct. 2018.
- [35] M. Khalaj-Amirhosseini, "Design of nonuniformly spaced arrays using zeros matching method," *International Journal of RF and Microwave Computer Aided Engineering*, vol. 28, no. 9, Article ID: e21490, 2018.
- [36] M. Khalaj-Amirhosseini, "Design of nonuniformly spaced antenna arrays using orthogonal coefficients equating method," *Radioengineering*, vol. 31, no. 4, 573-579, 2022.
- [37] H. Schaer-Jacobsen and K. Madsen, "Synthesis of nonuniformly spaced arrays using a general nonlinear minimax optimization method," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, vol. 24, no. 4, pp. 501-506, Jul. 1976.
- [38] J. -H. Bae, K. -T. Kim, J. -H. Lee, H. -T. Kim, and J. -I. Choi, "Design of Steerable Non-Uniform Linear Array Geometry for Side-Lobe Reduction," *Microwave and Optical Technology Letter*, vol. 36, no. 5, pp. 363-367, 2003.
- [39] D. G. Kurup, M. Himdi and A. Rydberg, "Synthesis of uniform amplitude unequally spaced arrays using the differential evolution algorithm," *IEEE Trans. Antenna Propagation*, vol. 51, no. 9, pp. 2210-2217, Sept. 2003.

حداکثر سمتگرایی به ازای پهنای بیم نصف توان معین و دستیابی به سطوح گلبرگ کناری دلخواه به طور مجزا. این روش‌های سنتز با روش‌های سنتز متعارف تحریک یکنواخت و تحریک چپی شف مقایسه شدند و مزایای هر یک بیان گردید. در راهبرد تعیین تنها-فاز جریان‌های تحریک، روش‌های سنتز جدیدی که برای پیاده‌سازی پترن‌های تشعشی نامتقارن با هدف پیاده‌سازی راحت‌تر شبکه‌ی تغذیه ارائه شده‌اند بیان گردید. روش‌های سنتز تنها-فاز با شبکه‌ی تغذیه‌ی به مراتب ساده‌تری نسبت به روش‌های سنتز متعارف دامنه-فاز (روش سری فوریه و روش نمونه‌برداری)، ولی با صرف هزینه‌ی افزایش در سطح گلبرگ کناری، قادر به سنتز پترن‌های تشعشی نامتقارن می‌باشند. میزان افزایش در سطح گلبرگ کناری به پارامتر محدوده دینامیکی دامنه (ADR) و تعداد عناصر بستگی دارد. راهبرد تعیین فاصله‌ی بین عناصر، به دسته‌ی خاصی از آرایه‌ها می‌پردازد که آرایه‌های با فاصله‌گذاری غیریکنواخت هستند. این نوع آرایه‌ها با شبکه‌ی تغذیه‌ی بسیار ساده‌تری نسبت به روش سنتز آرایه‌های با فاصله‌گذاری یکنواخت (سنتز چپی‌شف) قادر به سنتز پترن‌های تشعشی پهلواتش هستند اما در قبال صرف هزینه‌ی افزایش در سطح گلبرگ کناری. میزان افزایش سطح گلبرگ کناری به تعداد عناصر بستگی دارد.

مراجع

- [1] C. A. Balanis, *Antenna theory: Analysis and Design*, John Wiley & Sons, 2016.
- [2] R. S. Elliott, *Antenna Theory and Design*, IEEE Press, 2003.
- [3] W. L. Stutzman, and G. A. Thiele, *Antenna Theory and Design*, John Wiley & Sons, 2012.
- [4] R. C. Hansen, *Phased Array Antennas*. John Wiley & Sons, 2009.
- [5] R. J. Mailloux, *Phased Array Antenna Handbook*, Artech house, 2017.
- [6] Y. T. Lo, "Array theory," In Y. T. Lo and S. W. Lee (eds.), *Antenna Handbook: Theory, Applications, and Design*, pp. 713-803. Boston, MA: Springer US, 1988.
- [7] C. L. Dolph, "A current distribution for broadside arrays which optimizes the relationship between beam width and side-lobe level," *Proceedings of the IRE*, vol. 34, pp. 335-348, Jun. 1946.
- [8] M. Khalaj-Amirhosseini, "Synthesis of antenna arrays of maximum directivity for a specified sidelobe level," *Iranian Journal of Electrical & Electronic Engineering*, vol. 17, no. 3, Article ID: 2198, 2021.
- [9] R. L. Pritchard, "Optimum Directivity Patterns for Linear Point Arrays," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 25, pp. 879-891, Sept. 1953.
- [10] M. Khalaj-Amirhosseini, "Synthesis of antenna arrays of maximum directivity for a specified beamwidth," *Iranian Journal of Electrical and Electronic Engineering* 18, no. 3 (2022): 2198-2198.
- [11] T. T. Taylor, "Design of line-source antennas for narrow beamwidth and low side lobes," *IRE Trans. Antennas Propagation*, vol. 3, no. 1, pp. 16-28, Jan. 1955.
- [12] M. Khalaj-Amirhosseini, "Synthesis of linear and planar arrays with sidelobes of individually arbitrary levels," *International Journal of RF and Microwave Computer Aided Engineering*, vol. 29, no. 3 Article ID: e21637, Mar. 2019.
- [13] O. M. Bucci, G. Mazzarella, and G. Panariello, "Reconfigurable arrays by phase-only control," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 39, no. 7, pp. 919-925, Jul. 1991.
- [14] R. Vescovo, "Reconfigurability and beam scanning with phase-only control for antenna arrays," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 56, no. 6, pp. 1555-1565, Jun. 2008.
- [15] S. Baskar, A. Alphones, and P. N. Suganthan, "Genetic algorithm-based design of a reconfigurable antenna array with discrete phase shifters," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 45, no. 6, pp. 461-465, Jun. 2005.
- [16] D. Gies and Y. Rahmat-Samii, "Particle swarm optimization for reconfigurable phase-differentiated array design," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 38, no. 3, pp. 168-175, Aug. 2003.

- [51] A. Ishimaru, "Unequally spaced arrays based on the Poisson sum formula," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, vol. 62, no. 4, pp. 1549-1554, Apr. 2014.
- [52] B. Q. You, L. R. Cai, J. H. Zhou and H. T. Chou, "Hybrid approach for the synthesis of unequally spaced array antennas with sidelobes reduction," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 14, pp. 1569-1572, 2015.
- [53] C. L. Dolph, "A current distribution for broadside arrays which optimizes the relationship between beam width and side-lobe level," *Proceedings of the IRE*, vol. 34, no. 6, pp. 335-348, Jun. 1946.
- علی پسرکلو** مدرک کارشناسی مهندسی برق را از دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، در سال ۱۳۹۰، مدرک کارشناسی ارشد مهندسی مخابرات را از دانشگاه علم و صنعت ایران، در سال ۱۳۹۴، و مدرک دکتری در رشته میدان‌ها و امواج الکترومغناطیسی را از دانشکده مهندسی برق دانشگاه علم و صنعت ایران در سال ۱۴۰۲ دریافت کرد. او در حال حاضر استادیار دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر در دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل (BNUT) است. علایق تحقیقاتی ایشان شامل الکترومغناطیس کاربردی، آنتن آرایه‌ای، فراسطوح و مدارهای فعال است.
- محمد خلیج امیرحسینی** در سال ۱۳۴۸ در تهران، ایران متولد شد. او مدرک کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکترای مهندسی برق را به ترتیب در سال‌های ۱۳۷۱، ۱۳۷۳ و ۱۳۷۷ از دانشگاه علم و صنعت ایران (IUST) دریافت کرد. ایشان در حال حاضر استاد دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران است. علایق تحقیقاتی فعلی او شامل الکترومغناطیس، میکروویو، آنتن‌ها، انتشار امواج رادیویی و سازگاری الکترومغناطیسی است.
- [40] H. Oraizi and M. Fallahpour, "Nonuniformly spaced linear array design for the specified beamwidth/sidelobe level or specified directivity/sidelobe level with coupling considerations," *Progress in Electromagnetic Research M*, vol. 4, pp. 185-209, 2008.
- [41] M. Asif Zaman and Md. Abdul-Matin, "Nonuniformly spaced linear antenna array design using firefly algorithm," *International Journal of Microwave Science and Technology*, vol. 2012, Article ID: 256759, 2012.
- [42] K. R. Mahmoud, "Synthesis of unequally-spaced linear array using modified central force optimization algorithm," *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, vol. 10, no. 10, pp. 1011-1021, Jul. 2016.
- [43] R. F. Harrington, "Sidelobe reduction by nonuniform element spacing," *IRE Trans. Antennas Propagation*, vol. 9, pp. 187-192, Mar. 1961.
- [44] A. Ishimaru, "Theory of unequally spaced arrays," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, vol. 11, no. 6, pp. 691-702, Nov. 1962.
- [45] R. W. Redlich, "Iterative least squares synthesis of nonuniformly spaced linear array," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, vol. 21, no. 1, pp. 106-108, Jan. 1973.
- [46] F. Hodjat and S. A. Hovanessian, "Nonuniformly spaced linear and planar array antennas for sidelobe reduction," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, vol. 26, no. 2, pp. 198-204, Mar. 1978.
- [47] C. -C. Yu, "Sidelobe reduction of asymmetric linear array by spacing perturbation," *Electronics Letters*, vol. 33, pp. 730-732, 24 Apr. 1997.
- [48] X. F. Ren, J. A. Azevedo and A. M. Casimiro, "Synthesis of nonuniformly spaced arrays using the Fourier transform and window techniques," *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, vol. 3, no. 8, pp. 1245-1253, Dec. 2009.
- [49] C. Lin, A. Qing, and Q. Feng, "Synthesis of unequally spaced antenna arrays by using differential evolution," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, vol. 58, no. 8, pp. 2553-2558, Aug. 2010.
- [50] K. Yang, Z. Q. Zhao, and Q. H. Liu, "Fast pencil beam pattern synthesis of large unequally spaced antenna arrays," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 61, no. 2, pp. 627-634, Feb. 2013.